ამოცანა 1 **3 ქულა**

ა) გამოთვალეთ $\left(5\frac{7}{9}-1,2\right):1\frac{2}{9}$. (1 ქულა)

პასუხი: $\frac{206}{55}$

ბ) რას უდრის 2-დან 100-მდე კენტი რიცხვების ჯამს გამოკლებული 1-დან 99-მდე ლუწი რიცხვების ჯამი. (1 ქულა)

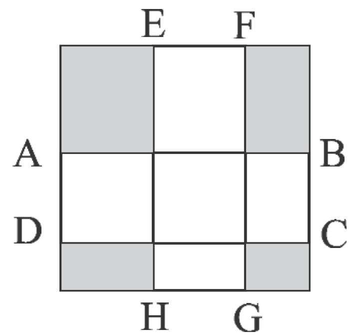
პასუხი: 49

გ) რა რიცხვს მივიღებთ, თუ 1,7 -ს ხუთჯერ გავყოფთ 5-ზე და კიდევ ხუთჯერ 2-ზე? (1 ქულა)

პასუხი: 0,000017

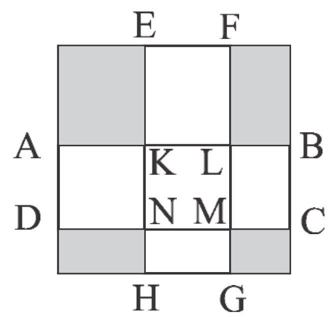
ამოცანა 2 **3 ქულა**

კვადრატში, რომლის გვერდის სიგრძე 8 სმ-ია, ჩახაზულია *ABCD* და *EFGH* მართკუთხედები (იხილეთ სურათი). თითოეული მართკუთხედის სიგრძე 8 სმ, ხოლო სიგანე 3 სმ-ია. რისი ტოლია კვადრატის გამუქებული ნაწილის ფართობი? **პასუხი დაასაბუთეთ.**



ამოხსნა

როგორც ნახაზიდან ჩანს, დიდი კვადრატის ფართობი ტოლია გამუქებული ნაწილის ფართობს დამატებული *ABCD* და *EFGH* მართკუთხედების ფართობი და გამოკლებული *KLMN* კვადრატის ფართობი. საიდანაც ვღებულობთ $8\cdot 8 = x + 2\cdot 3\cdot 8 - 3\cdot 3$, სადაც x გამუქებული ნაწილის ფართობია. აქედან $x = 64 + 9 - 48 = 25$ სმ^2.



პასუხი: 25 სმ^2.

ამოცანა 3 **3 ქულა**

ნაყინის დამამზადებელი სამი ქარხნიდან მეორე ქარხანა დღეში 110 ტონით მეტ ნაყინს ამზადებს, ვიდრე პირველი. მესამე ქარხნის მიერ დღეში დამზადებული ნაყინის რაოდენობა პირველი ქარხნის მიერ დღეში დამზადებული ნაყინის რაოდენობის $\frac{5}{3}$ ნაწილის, ხოლო მეორე ქარხნის მიერ დღეში გამოშვებული ნაყინის რაოდენობის $\frac{3}{4}$ ნაწილის ტოლია. დღეში რამდენ ტონა ნაყინს ამზადებს მესამე ქარხანა?

ამოხსნა

ვთქვათ პირველი ქარხანა დღეში x ტონა ნაყინს ამზადებს, მაშინ მესამე ქარხანა დაამზადებს $\frac{5}{3}x$ ტონას, ხოლო მეორე ქარხანა $\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{3}x=\frac{20x}{9}$ ტონას. რადგან მეორე ქარხანა 110 ტონით მეტ ნაყინს ამზადებს, ვიდრე პირველი, ამიტომ $\frac{20x}{9}-x=110$. აქედან $x=\frac{9\cdot 110}{11}=90$. მაშასადამე მესამე ქარხანა დღეში გამოუშვებს $\frac{5\cdot 90}{3}=150$ ტონა ნაყინს.

პასუხი: 150 ტონა

ამოცანა 4 **3 ქულა**

ყულაბაში 5-თეთრიანი, 10-თეთრიანი და 20-თეთრიანი მონეტებია. ცნობილია, რომ 5-თეთრიანი მონეტების რაოდენობა ორჯერ ნაკლებია 10 თეთრიანი მონეტების რაოდენობაზე და ყველა მონეტის საერთო ღირებულება 2,45 ლარის ტოლია. სულ რამდენი 5 თეთრიანი, რამდენი 10 თეთრიანი და რამდენი 20 თეთრიანი მონეტა შეიძლება იყოს ყულაბაში?

<u>პასუხი დაასაბუთეთ.</u>

ამოხსნა

ვთქვათ ყულაბაში არის x ცალი 5 თეთრიანი მონეტა და y ცალი 20 თეთრიანი მონეტა. მაშინ პირობის თანახმად ყულაბაში არის $2x$ ცალი 10 თეთრიანი მონეტა.

გვაქვს განტოლება: $5x+20x+20y=245$ ანუ $25x+20y=245$. ე.ი. $245-20y$ უნდა იყოფოდეს 25-ზე. იმ რიცხვებს შორის, რომლებსაც ვღებულობთ 245 -ის 20-ის ჯერადებით შემცირებით, 25-ზე იყოფა 225, 125 და 25.

ე.ი. გვაქვს სამი შემთხვევა:

1) $245-20y=225 \Leftrightarrow y=1$. მაშინ $x=225:25=9$.

9 ხუთთეთრიანი, 18 ათთეთრიანი და 1 ოცთეთრიანი მონეტა.

2) $245-20y=125 \Leftrightarrow y=6$. მაშინ $x=125:25=5$.

5 ხუთთეთრიანი, 10 ათთეთრიანი და 6 ოცთეთრიანი მონეტა.

3) $245-20y=25 \Leftrightarrow y=11$. მაშინ $x=25:25=1$.

1 ხუთთეთრიანი, 2 ათთეთრიანი და 11 ოცთეთრიანი მონეტა.

პასუხი: 9 ხუთთეთრიანი, 18 ათთეთრიანი და 1 ოცთეთრიანი მონეტა;

ან 5 ხუთთეთრიანი, 10 ათთეთრიანი და 6 ოცთეთრიანი მონეტა;

ან 1 ხუთთეთრიანი, 2 ათთეთრიანი და 11 ოცთეთრიანი მონეტა.

ამოცანა 5 **3 ქულა**

იპოვეთ უდიდესი ისეთი წილადი, რომ $\frac{4}{15}$-ის და $\frac{2}{21}$-ის ამ წილადზე გაყოფა გვაძლევდეს მთელ რიცხვებს.

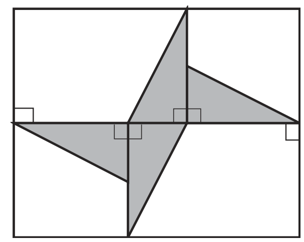
ამოხსნა

წილადებს, რომლებზეც $\frac{4}{15}$ გაყოფისას გვაძლევს მთელ n რიცხვს, აქვთ სახე $\frac{4}{15n}$, ამასთან ნაკლებ n-ს მეტი წილადი შეესაბამება. $\frac{2}{21}$ ამ წილადზე გაყოფისას გვაძლევს $\frac{2}{21}:\frac{4}{15n}=\frac{5n}{14}$. უმცირესი n, რომლისთვისაც ეს წილადი მთელია, არის $n=14$. მაშინ საძიებელი წილადია $\frac{4}{15n}=\frac{4}{15\cdot 14}=\frac{2}{105}$.

პასუხი: $\frac{2}{105}$

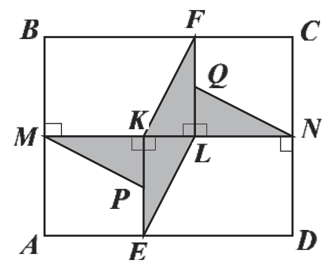
ამოცანა 6 **4 ქულა**

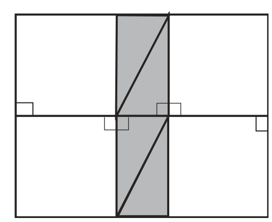
მართკუთხედში მოთავსებულია ოთხი ტოლი (ერთნაირი) მართკუთხა სამკუთხედი ისე, როგორც ეს სურათზეა გამოსახული. იპოვეთ სურათზე გამუქებული ფიგურის ფართობი, თუ მართკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 8 სმ და 10 სმ.



ამოხსნა

რადგან ყველა სამკუთხედი ტოლია, ამიტომ KLF და LKE სამკუთხედებში $KE = FL = 4$ სმ. MKP და NLQ სამკუთხედების ტოლობის გამო $MK = NL = 4$ სმ, მაშინ $KL = 2$ სმ. მივიღებთ, გამუქებული ფიგურის ფართობი ტოლია მართკუთხედის ფართობის, რომლის გვერდებია 2 სმ და 8 სმ, ე.ი. საძიებელი ფართობი ტოლია 16 სმ^2-ის.





პასუხი: 16 სმ^2

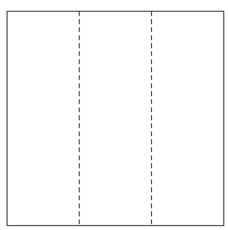
ამოცანა 7 **4 ქულა**

სანდროს სურს კვადრატი, რომლის გვერდის სიგრძეა 1 დმ, დაჭრას ტოლი პერიმეტრების მქონე სამ მართკუხედად. ამ გზით მიღებულ ყველა შესაძლებელ მართკუთხედების ფართობებს შორის იპოვეთ უმცირესი. **<u>პასუხი დაასაბუთეთ.</u>**

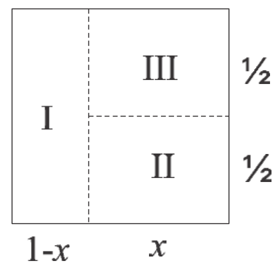
ამოხსნა

კვადრატის დაჭრა ტოლი პერიმეტრების მქონე სამ მართკუხედად ორნაირად შეიძლება, იხ. სურათი.

პირველი შემთხვევა



მეორე შემთხვევა



პირველ შემთხვევაში მივიღებთ სამ ტოლ მართკუთხედს, თითოეულის ფართობი იქნება $\frac{1}{3}$ დმ^2.

მეორე შემთხვევაში, რადგან II და III მართკუთხედებს ტოლი პერიმეტრები აქვთ, ამიტომ II მართკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეა $\frac{1}{2}$ დმ, ხოლო მეორე გვერდის სიგრძე აღვნიშნოთ x დმ-ით. მაშინ ამოცანის პირობის თანხმად გვექნება $2(1-x+1)=2\left(x+\frac{1}{2}\right)$, საიდანაც მივიღებთ, რომ $x=\frac{3}{4}$. ამიტომ II (და შესაბამისად III) მართკუთხედის ფართობია $\frac{3}{8}$ დმ^2, ხოლო I მართკუთხედის ფართობი იქნება $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ დმ^2. რადგან $\frac{1}{4}<\frac{1}{3}<\frac{3}{8}$, ამიტომ ყველა შესაძლებელ მართკუთხედების ფართობებს შორის უმცირესია $\frac{1}{4}$ დმ^2.

პასუხი: $\frac{1}{4}$ დმ^2

ამოცანა 8 **4 ქულა**

ABCD მართკუთხედის ფორმის სარბენ ბილიკზე სპორტსმენი მუდმივი სიჩქარით დარბის. სირბილის დაწყების მომენტიდან პირველი სამი წუთი სპორტსმენი უფრო ახლოს იყო *B* წერტილთან ვიდრე *D* წერტილთან, ხოლო შემდეგი ოთხი წუთის განმავლობაში ის უფრო ახლოს იყო *D* წერტილთან ვიდრე *B* წერტილთან. ამის შემდეგ სპორტსმენი ისევ უფრო ახლოს აღმოჩნდა *B* წერტილთან ვიდრე *D* წერტილთან. რა დროს ანდომებს სპორტსმენი *BC* მანძილის გარბენას, თუ ის *AB* მანძილს გარბენას 40 წმ-ს ანდომებს. **პასუხი დაასაბუთეთ.**

ამოხსნა

შევნიშნოთ, რომ *ABCD* მართკუთხედი იყოფა ორ ტოლის სიგრძის ისეთ უწყვეტ ნაწილად (ტეხილად), რომ ერთ ნაწილში მყოფი სპორტსმენი უფრო ახლო იქნება *B* წერტილთან ვიდრე *D* წერტილთან, ხოლო მეორე ნაწილში მყოფი სპორტსმენი უფრო ახლო იქნება *D* წერტილთან ვიდრე *B* წერტილთან. ამოცანის პირობის თანახმად სპორტსმენი სირბილს იწყებს პირველ ნაწილში, ხოლო მეორე ნაწილის (*ABCD* მართკუთხედის პერიმეტრის სიგრძის ნახევრის) სრულად გარბენას 4 წთ-ს ანდომებს. თუ სპორტსმენის სიჩქარეა v მ/წთ, მაშინ $AB = \frac{2}{3}v$, ხოლო $AB + BC = 4v$. ამიტომ $BC = 4v - \frac{2}{3}v = \frac{10}{3}v$. მაშინ *BC* მანძილის გარბენას დასჭირდება $\frac{10}{3}v : v = \frac{10}{3}$ წთ ანუ 200წმ.

პასუხი: $\frac{10}{3}$ წთ = 200წმ

ამოცანა 9 **4 ქულა**

იპოვეთ ყველა სამნიშნა რიცხვი, რომლებიც ორზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 1-ს, 3-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 2-ს, 4-ზე გაყოფისას 3-ს, 5-ზე გაყოფისას 4-ს, 6-ზე გაყოფისას 5-ს და 7-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევს 6-ს. **პასუხი დაასაბუთეთ.**

ამოხსნა

ვთქვათ ეს სამნიშნა რიცხვია n. მაშინ თუ n -ს გავზრდით 1-ით, მიღებული რიცხვი უნაშთოდ გაიყოფა 2-ზე, 3-ზე, 4-ზე, 5-ზე, 6-ზე და 7-ზე. ამიტომ $n+1$ არის ერთდროულად 2-ის, 3-ის, 4-ის, 5-ის, 6-ის და 7-ის ჯერადი. ე.ი. $n+1=420k$.

რადგან n სამნიშნაა, ამიტომ $k=1$ ან $k=2$. ე.ი. $n=419$ ან $n=839$.

პასუხი: 419; 839.

ამოცანა 10 **4 ქულა**

არითმეტიკულ რებუსში

„ **ერთი** + **ერთი** + **ერთი** + **ერთი** + **ერთი** = **ხუთი**

ე + **რ** + **თ** + **ი** = 15 “

ერთნაირი ასოები ერთი და იგივე ციფრებს აღნიშნავენ, ხოლო განსხვავებული ასოები - განსხვავებულ ციფრებს. იპოვეთ ამ რებუსში ოთხნიშნა რიცხვების „ **ერთი** “ და „ **ხუთი** “ ყველა შესაძლო მნიშვნელობა. **პასუხი დაასაბუთეთ.**

ამოხსნა

პირობის თანახმად გვაქვს **ერთი** $\cdot$ 5 = **ხუთი**. ამიტომ **ე** = 1, ხოლო **ი** = 0-ს ან 5 -ს.
თუ **ი**=0, მაშინ გვექნება, რომ **თ** = 5 და **რ** = 15-5-1=9. მაგრამ 1950 $\cdot$ 5 = 9750 და გამოდის რომ **ხ** = **რ**, რაც არ შეიძლება. თუ **ი** = 5, მაშინ **თ** = 2-ს ან 7-ს. თუ **თ** = 2-ს, მაშინ **რ** = 15-5-2-1=7. რადგან 1725 $\cdot$ 5 = 8625, ამიტომ გვექნება

ერთი = 1725 და **ხუთი** = 8625.

თუ **თ** = 7-ს, მაშინ **რ** = 15-5-7-1=2. რადგან 1275 $\cdot$ 5 = 6375, ამიტომ გვექნება

ერთი = 1275 და **ხუთი** = 6375.

პასუხი: **ერთი** = 1725 და **ხუთი** = 8625; **ერთი** = 1275 და **ხუთი** = 6375.