

НАЦИОНАЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

2021 - 2022 УЧЕБНЫЙ ГОД

II ТУР

XI-XII КЛАСС

Задача 1

5 баллов

Пусть n натуральное число, имеющее свойство: при делении n^2 на $2n+1$ в остатке остается 1000. Найдите все такие натуральные числа.

Задача 2

5 баллов

Для каждой пары действительных чисел $(x; y)$ действительное число $x*y$ определено так, что выполняются условия:

а) $x*x=0$ - для каждого действительного числа x ;

б) $x*(y*z)=(x*(5y))+25z$ - для всех действительных чисел x, y и z .

Чему равно $2022*1000$.

Задача 3

5 баллов

Дана последовательность (a_n) , у которой $a_1=1$, $a_2=1$ и

$$a_{n+1} = \frac{a_2^2}{a_1} + \frac{a_3^2}{a_2} + \dots + \frac{a_n^2}{a_{n-1}}, \quad \text{при } n \in N \text{ и } n \geq 2.$$

Найдите a_{2022} .

5 баллов

Задача 4

В треугольнике ABC известно, что $AB=AC$ и $\angle BAC > 90^\circ$. Из точки D , взятой на основании BC треугольника ABC , проведен перпендикуляр к прямой AB . Основанием перпендикуляра является точка K и находится на отрезке AB , также известно, что периметры треугольника BKD и четырехугольника $DKAC$ равны. Найдите отношение площадей треугольника BKD и четырехугольника $DKAC$.

Задача 5

5 баллов

Длина стороны BC треугольника ABC равна $\frac{3}{11}$ части периметра этого треугольника. На стороне AC взята точка D так, что $AC=4AD$. На сторонах AB и AC отмечены точки K и L соответственно, причем $KL \parallel BC$ и KL касается окружности вписанной в треугольник ABC . В каком отношении делит точка пересечения отрезков BD и KL отрезок KL ?