

НАЦИОНАЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

2021 - 2022 УЧЕБНЫЙ ГОД

II ТУР

X КЛАСС

Задача 1

5 баллов

Наименьшее общее кратное двух натуральных чисел больше их наибольшего общего делителя на 45, и меньше произведения этих чисел на 200. Чему равен наибольший общий делитель этих чисел?

Задача 2

5 баллов

Неотрицательные числа x и y удовлетворяют неравенству $xy \geq x + 4y + 2$. Найдите множество значений выражения xy .

Задача 3

5 баллов

Найдите сумму $f(1) + f(2) + \dots + f(2021)$, если функция f для каждого ненулевого числа x удовлетворяет равенству $f(x) + 2x^2 f\left(\frac{1}{x}\right) + x = 0$.

5 баллов

Задача 4

На сторонах BC и AC треугольника ABC отмечены точки A_1 и B_1 соответственно.

Пусть отрезки AA_1 и BB_1 пересекаются в точке K . Докажите, что $\frac{AK}{AA_1} + \frac{BK}{BB_1} > 1$.

Задача 5

5 баллов

Вне квадрата $ABCD$ взята точка E так, что $\angle ECD = 15^\circ$, $\angle CDE = 75^\circ$. Точка O является центром квадрата $ABCD$ и $OE = 5$ см. Найдите площадь квадрата $ABCD$.