

ამოცანა 1

5 ქულა

სულ რამდენ ელემენტს შეიცავს 2021-ის ლუწ ნატურალურ რიცხვზე გაყოფისას მიღებული ყველა შესაძლო ნაშთების სიმრავლე?

ამოცანა 2

5 ქულა

დაამტკიცეთ, რომ თუ  $k$  ერთზე მეტი ნატურალური რიცხვია, ხოლო  $a_0$  - არანულოვანი მთელი რიცხვი, მაშინ  $a_{n+1} = \sqrt[k]{a_0 + \sqrt[k]{a_n}}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  ფორმულით მოცემული მიმდევრობის არცერთი წევრი არ არის მთელი.

ამოცანა 3

5 ქულა

მოცემულია 2022 სიმრავლე, რომელთაგან თითოეული შეიცავს ზუსტად 44 ელემენტს, ამასთან ყოველ ორ სიმრავლეს ერთადერთი საერთო ელემენტი გააჩნია. დაამტკიცეთ, რომ არსებობს ელემენტი, რომელიც ყველა ამ სიმრავლეს ეკუთვნის.

ამოცანა 4

5 ქულა

$ABC$  სამკუთხედში გავლებული  $AA_1$ ,  $BB_1$  და  $CC_1$  ბისექტრისები  $O$  წერტილში იკვეთება. დაამტკიცეთ, რომ თუ  $AOB_1$ ,  $AOC_1$ ,  $BOA_1$ ,  $BOC_1$  სამკუთხედებში ჩახაზული წრეწირების რადიუსები ტოლია, მაშინ  $ABC$  სამკუთხედი ტოლგვერდაა.

ამოცანა 5

5 ქულა

დაამტკიცეთ, რომ მახვილკუთხა სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის რადიუსი არ აღემატება სამივე მედიანის ჯამის მეოთხედს.