

შეფასების სქემა

ტესტი მათემატიკაში - დამატებითი ვარიანტი

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
დ	ა	ბ	დ	დ	დ	ბ	ბ	ბ	ბ	ბ	ბ	ა	ა	ბ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ბ	დ	ა	ბ	ა	ბ	ა	ა	ბ	დ	ა	ბ	დ	ა	ბ

31	32	33	34	35	36	37
ბ	ბ	დ	დ	დ	ბ	ბ

(3) 38.

$f(x) = \frac{7}{4} + \sin x + \cos^2 x$ ფუნქცია განსაზღვრულია $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ შუალედზე. იპოვეთ x -ის მნიშვნელობა, რომელზეც ფუნქცია იღებს უდიდეს მნიშვნელობას.

ამოხსნა

გამოვიყენოთ ტრიგონომეტრიული გარდაქმნა $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, მაშინ

$$f(x) = \frac{7}{4} + \sin x + \cos^2 x \Leftrightarrow f(x) = -\sin^2 x + \sin x + \frac{11}{4}.$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა $\sin x = t$, გვექნება

$$g(t) = -t^2 + t + \frac{11}{4}.$$

g ფუნქცია უდიდეს მნიშვნელობას იღებს $t_0 = \frac{1}{2}$ წერტილში. ამიტომ f ფუნქცია თავის უდიდეს მნიშვნელობას იღებს წერტილში, რომელიც აკმაყოფილებს ტოლობას $\sin x = \frac{1}{2}$. ამ განტოლების ამონახსნი $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ შუალედიდან არის $x = \frac{5\pi}{6}$.

პასუხი: $x = \frac{5\pi}{6}$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) მოცემული ფუნქცია დაიყვანა სახემდე $f(x) = -\sin^2 x + \sin x + \frac{11}{4}$;

ბ) მიიღო განტოლება $\sin x = \frac{1}{2}$;

გ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა;

2 ქულა - ა, ბ.

3 ქულა - ა, ბ, გ.

(3) 39.

წრეწირი, რომლის ცენტრი კვადრატის გარეთ მდებარეობს, კვადრატის გვერდს სამ ტოლ ნაწილად ყოფს (იხ. სურათი). მანძილი წრეწირის ცენტრიდან კვადრატის ამ გვერდამდე $\sqrt{3}$ სმ-ია. იპოვეთ ამ წრეწირით შემოსაზღვრული წრის იმ ნაწილის ფართობი, რომელიც კვადრატის შიგნით მდებარეობს, თუ კვადრატის გვერდის სიგრძე 6 სმ-ია.

ამოხსნა

ვთქვათ O არის წრეწირის ცენტრი, ხოლო K არის O წერტილიდან კვადრატის AB გვერდისადმი გავლებული მართობის ფუძე. C და D არის კვადრატის გვერდის წრეწირთან გადაკვეთის წერტილები.

პირობის თანახმად $OK = \sqrt{3}$ სმ და $CD = \frac{AB}{3} = 2$ სმ. ვინაიდან წრეწირის ქორდისადმი მართობულად გავლებული რადიუსი ამ ქორდას შუაზე ყოფს, ამიტომ გვექნება $CK = \frac{1}{2} CD = 1$ სმ. მაშინ

$CO = \sqrt{CK^2 + OK^2} = \sqrt{1+3} = 2$ სმ. შევნიშნოთ, რომ COD სამკუთხედი არის ტოლგვერდა, ამიტომ $\angle COD = 60^\circ$ და $S_{\triangle COD} = \frac{CO^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$ სმ².

საძიებელი სეგმენტის ფართობი აღვნიშნოთ Q -ით, ხოლო COD სექტორის ფართობი აღვნიშნოთ S -ით. მაშინ $S = \frac{\pi \cdot CO^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi}{3}$, ამიტომ $Q = S - S_{\triangle COD} = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$ სმ².

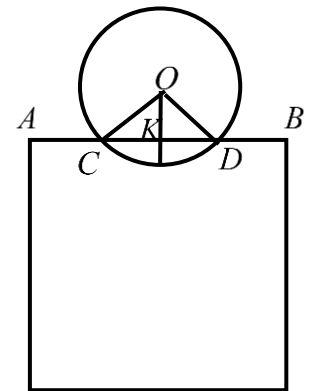
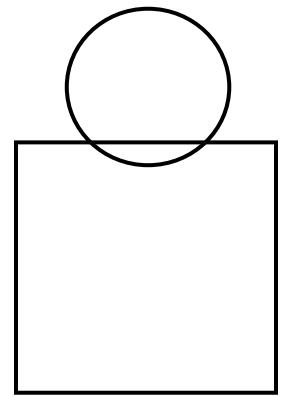
პასუხი: $\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ სმ².

ამოხსნის ეტაპები

- იპოვა წრეწირის რადიუსის სიგრძე;
ან COD სამკუთხედის ფართობი;
ან გამოთვალა OCK სამკუთხედის რომელიმე მახვილი კუთხის სიდიდე.
- იპოვა წრეწირის რადიუსის სიგრძე და COD სამკუთხედის ფართობი;
ან გამოთვალა COD სექტორის ფართობი.
- პასუხი.

შეფასების სქემა

- 1 ქულა - ა.
- 2 ქულა - ბ.
- 3 ქულა - ბ, გ.



(4) 40.

სპილენძისა და თუთიის ორი შენადნობი შეიცავს ერთი და იგივე მასის სპილენძს. ამასთან, მეორე შენადნობი შეიცავს ორჯერ მეტი მასის თუთიას, ვიდრე პირველი შენადნობი. იპოვეთ პირველ შენადნობში თუთიის მასის შეფარდება სპილენძის მასასთან, თუ მასში თუთიის წილი ნაკლებია სპილენძის წილზე და მეორე შენადნობში თუთიის პროცენტული შემცველობა 15-ით მეტია თუთიის პროცენტულ შემცველობაზე პირველ შენადნობში.

ამოხსნა

ვთქვათ, პირველ შენადნობში სპილენძის მასა იყო m კგ, ხოლო თუთიის მასა n კგ, მაშინ პირველი შენადნობი შეიცავს $\frac{100n}{m+n}\%$ თუთიას, ხოლო მეორე შენადნობის - $\frac{200n}{m+2n}\%$ თუთიას. ამოცანის პირობიდან ვღებულობთ განტოლებას

$$\frac{200n}{m+2n} - \frac{100n}{m+n} = 15.$$

თუ აღვნიშნავთ $t = \frac{n}{m}$, მაშინ მიღებული განტოლებიდან გვექნება

$$\frac{200t}{1+2t} - \frac{100t}{1+t} = 15,$$

ამ განტოლებიდან ვღებულობთ $30t^2 - 55t + 15 = 0$. განტოლების ამოხსნა გვაძლევს $t_1 = \frac{1}{3}$, $t_2 = \frac{3}{2}$.

ამოცანის პირობას აკმაყოფილებს მხოლოდ ამონახსნი $\frac{n}{m} = \frac{1}{3}$.

პასუხი: $\frac{1}{3}$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) გამოთვალა თუთიის წილი ან პროცენტული შემცველობა პირველ ან მეორე შენადნობში

(მაგალითად, $\frac{n}{m+n}$, ან $\frac{2n}{m+2n}$, ან $\frac{100n}{m+n}\%$, ან $\frac{200n}{m+2n}\%$);

ბ) შეადგინა განტოლება ($\frac{200n}{m+2n} - \frac{100n}{m+n} = 15$);

გ) დაიყვანა ერთი ცვლადის შემცველ განტოლებაზე t -ს მიმართ (მაგ. $\frac{200t}{1+2t} - \frac{100t}{1+t} = 15$);

დ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა: ა;

2 ქულა: ა, ბ;

3 ქულა: ბ, გ;

4 ქულა: ბ, გ, დ.

(4) 41.

x ცვლადის იმ მნიშვნელობათა სიმრავლე, რომლებისთვისაც $\sqrt{4x+a} + 2\sqrt{b-x}$ გამოსახულებას აზრი აქვს, არის $[2; 4]$ შუალედი. იპოვეთ $f(x) = \sqrt{4x+a} + 2\sqrt{b-x}$ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე.

ამოხსნა

ცხადია, $a = -8$, $b = 4$ და ფუნქციას აქვს სახე $f(x) = \sqrt{4x-8} + 2\sqrt{4-x}$. მაშინ

$$(f(x))^2 = 4x - 8 + 4\sqrt{(4x-8)(4-x)} + 4(4-x) = 8 + 8\sqrt{(x-2)(4-x)} = 8 + 8\sqrt{-x^2 + 6x - 8}.$$

ფუნქცია $(f(x))^2$ უმცირეს მნიშვნელობას $(f(x))^2 = 8$ ღებულობს x -ის იმ მნიშვნელობისთვის,

რომლისთვისაც $\sqrt{(x-2)(4-x)} = 0$, ე.ი., როდესაც $x = 2$ ან $x = 4$ და $f(x) = \sqrt{(f(x))^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

ფუნქცია $(f(x))^2$ უდიდეს მნიშვნელობას ღებულობს x -ის იმ მნიშვნელობისთვის, რომელზეც ფესვევმა გამოსახულება $-x^2 + 6x - 8$ ღებულობს უდიდეს მნიშვნელობას. $-x^2 + 6x - 8$ კვადრატული სამწევრის უდიდესი მნიშვნელობაა 1, ამიტომ $f(x)$ ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობაა $\sqrt{8+8} = 4$.

პასუხი: f ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეა $[2\sqrt{2}; 4]$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) იპოვა a და b -ს მნიშვნელობები: $a = -8$, $b = 4$,

ან განიხილა გამოსახულება $(f(x))^2 = (\sqrt{4x+a} + 2\sqrt{b-x})^2$;

ბ) დაწერა $(f(x))^2 = 8 + 8\sqrt{(x-2)(4-x)} = 8 + 8\sqrt{-x^2 + 6x - 8}$;

გ) დაადგინა, რომ f ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობაა $f(x) = 2\sqrt{2}$, ან რომ მისი უდიდესი მნიშვნელობაა $f(x) = 4$;

დ) დაადგინა, რომ f ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლეა $[2\sqrt{2}; 4]$.

შეფასების სქემა

1 ქულა: ა ან ბ;

2 ქულა: ბ;

3 ქულა: ბ, გ;

4 ქულა: ბ, გ, დ.

შენიშვნა.

თუ გამოთვალა f ფუნქციის მნიშვნელობა $x = 2$, $x = 3$ და $x = 4$ წერტილებში და დაწერა სწორი პასუხი, შეფასდეს 2 ქულით.