



Тест по математике

Инструкция

Перед Вами электронный буклет экзаменационного теста.

Тест состоит из 27 заданий. Перед номером каждого задания в скобках указан максимальный балл этого задания.

Решения заданий с двадцать пятого по двадцать седьмое включительно должны быть записаны в специально отведенном для них месте на листе ответов. В Вашей записи должны быть четко представлены пути решения заданий.

Учтите, что размеры чертежей, прилагаемых к некоторым заданиям, могут не соответствовать указанным в условиях размерам. Поэтому не следует делать выводы о длинах отрезков или других величинах на основании размеров чертежа. Руководствуйтесь условиями заданий.

Максимальная оценка теста – 41 балл.

Для выполнения работы Вам отводится 4 часа.

Желаем успехов!



(1) 1

Бревно длиной $7\frac{1}{5}$ метров распилили на поленья по $\frac{3}{5}$ метра каждое. В скольких местах распилили бревно?

а) 10

б) 11

в) 12

г) 13

(1) 2

Найдите наименьшее целое число, большее $(2 - \sqrt{17})$.

а) -2

б) -3

в) 0

г) не существует

(1) 3

В треугольнике ABC сумма градусных мер внешних углов при вершине A и при вершине B равна 295° . Найдите градусную меру угла C .

а) 45°

б) 65°

в) 115°

г) 125°

(1) 4

При приведении многочлена $(x + 2)^{10}$ к стандартному виду коэффициент при x^8 будет равен

а) 10

б) 45

в) 90

г) 180

(1) 5

В классе 55% числа всех учащихся составляют мальчики. Сколько девочек в этом классе, если их на 2 меньше, чем мальчиков?

а) 12

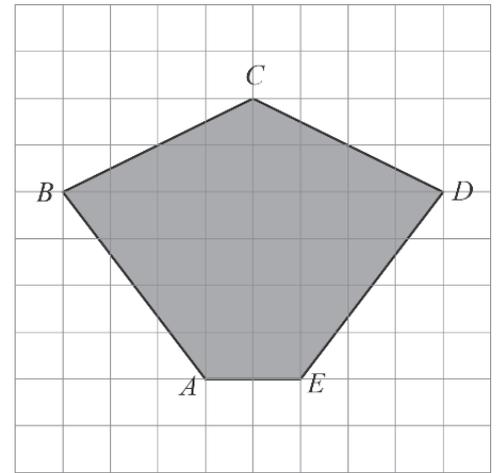
б) 11

в) 10

г) 9

(1) 6

На клетчатой бумаге, каждая клетка которого является квадратом со стороной 1 см, изображен пятиугольник $ABCDE$. Все вершины пятиугольника совпадают с вершинами клеток (см. рисунок). Найдите длину меньшей диагонали пятиугольника.



а) 6 см

б) $\sqrt{37}$ см

в) $\sqrt{41}$ см

г) 8 см

(1) 7

Фигура A является множеством решений системы неравенств $\begin{cases} |2x+1| \leq 3 \\ |2-3y| \leq 4 \end{cases}$ на координатной плоскости Oxy .

Найдите площадь фигуры A .

а) 4

б) $\frac{14}{3}$

в) $\frac{20}{3}$

г) 8

(1) 8

Гия представил выражение $\frac{4 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$ в виде $a + b\sqrt{2}$, где a и b целые числа. Найдите $a + b$.

а) -2

б) 1

в) 2

г) 3

(1) 9

Длины всех трех высот треугольника ABC равны 1 см. Найдите площадь треугольника ABC .

а) $\frac{2}{3} \text{ см}^2$

б) $\frac{4}{3} \text{ см}^2$

в) $\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ см}^2$

г) $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ см}^2$

(1) 10

Найдите множество решений неравенства $1 - x^2 > |x|$.

а) $\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right)$

б) $(1 - \sqrt{5}; -1 + \sqrt{5})$

в) $\left[0; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right)$

г) $\left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right)$

(1) 11

Фигура A является графиком функции $f(x) = x^2 + 3x + 5$. Фигура B симметрична фигуре A относительно прямой $y = p$, где $p \in \mathbb{R}$. Найдите p , если известно, что фигуры A и B имеют единственную общую точку.

а) $\frac{29}{4}$

б) $-\frac{11}{4}$

в) $\frac{11}{4}$

г) $-\frac{3}{2}$

(1) 12

Отношение 10-го члена арифметической прогрессии к первому члену равно 5. Чему равно отношение 20-го члена этой прогрессии к 10-му члену?

а) $\frac{29}{15}$

б) $\frac{17}{9}$

в) $\frac{21}{11}$

г) $\frac{19}{9}$

(1) 13

Прямая, лежащая на координатной плоскости Oxy , проходит через точки $A(2;-2)$ и $B(3;1)$. В какой точке она пересекает прямую $y = 2x + 1$?

а) (6;13)

б) (-9;-17)

в) (3;7)

г) (9;19)

(1) 14

Вероятность того, что “решка” выпадет хотя бы один раз при трех подбрасываниях фальшивой монеты, равна $\frac{63}{64}$.

Какова вероятность выпадения “орла” при подбрасывании этой монеты один раз?

а) $\frac{1}{4}$

б) $\frac{3}{4}$

в) $\frac{1}{3}$

г) $\frac{2}{3}$

(1) 15

Найдите область определения функции $f(x) = \log_{0,2}(\log_{\pi}(\log_{0,5} x))$.

а) $(0; 0,5)$

б) $(0,5; 1) \cup (1; +\infty)$

в) $(0,5; 1)$

г) $(1; +\infty)$

(1) 16

Множество данных состоит из 7 чисел. После того, как одно из чисел увеличилось на 12, а остальные остались без изменения, среднее значение данных увеличилось в 4 раза. Найдите среднее значение исходных данных.

а) $\frac{3}{7}$

б) $\frac{3}{4}$

в) $\frac{4}{7}$

г) $\frac{7}{3}$

(1) 17

Среди чисел, перечисленных ниже, найдите значение φ , для которого равенство $\cos(\varphi + x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ верно для любых чисел $x \in (-\infty; \infty)$.

а) $\frac{\pi}{6}$

б) $\frac{\pi}{2}$

в) $\frac{7\pi}{6}$

г) $\frac{11\pi}{6}$

(1) 18

Окружность с центром в точке O разделена хордой AB на две части, отношение площадей которых равно x , где $x > 1$. Найдите x , если радианная мера угла AOB равна α ($0 < \alpha < \pi$).

а) $\frac{\pi + \alpha - \sin \alpha}{\alpha + \sin \alpha}$

б) $\frac{\pi + \sin \alpha}{\alpha - \sin \alpha}$

в) $\frac{2\pi + \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \alpha}$

г) $\frac{2\pi - \alpha + \sin \alpha}{\alpha - \sin \alpha}$

(1) 19

Найдите угол между векторами \vec{b} и $\vec{a} - \vec{b}$, если \vec{a} ненулевой вектор и $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$.

а) 150°

б) 120°

в) 60°

г) 30°

(1) 20

Найдите число, сопряженное к комплексному числу $\frac{1-3i}{1+2i}$.

а) $-1-i$

б) $-1+i$

в) $1-2i$

г) $1+i$

(1) 21

В координатном пространстве $Oxyz$ дан отрезок AB , длины проекций которого на плоскостях Oxy , Oxz и Oyz соответственно равны $\sqrt{2}$ см, $\sqrt{3}$ см и 2 см. Найдите длину отрезка AB .

а) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ см

б) $\sqrt{6}$ см

в) 6 см

г) 9 см

(1) 22

Закон распределения дискретной случайной величины X приведен в таблице.

x	1	2	3	7	10
$P(X = x)$	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3

Найдите дисперсию величины X .

а) 12

б) 11

в) 10

г) 6

(1) 23

Чему равна площадь фигуры на координатной плоскости Oxy , ограниченной графиками функций $y = x$ и $y = x^2$?

а) 1

б) $\frac{1}{6}$

в) $\frac{1}{3}$

г) $\frac{1}{2}$

(1) 24

Производная функции f , заданной на множестве действительных чисел, в точке $x_0 = 3$ равна 7. Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}.$$

а) 7

б) $7\sqrt{3}$

в) $14\sqrt{3}$

г) $\sqrt{7}$

(7) 25

Ваша цель — объяснить учащимся метод математической индукции и как его можно использовать для доказательства математических утверждений. Для этого выполните следующие задания:

(3) 1. Сформулируйте «метод математической индукции».

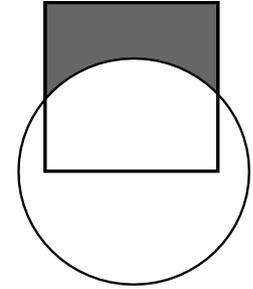
(4) 2. Методом математической индукции докажите утверждения:

а) Если $\alpha > -1$, то для любого натурального числа n верно неравенство $(1 + \alpha)^n \geq 1 + n\alpha$.

б) Для любого натурального числа n справедливо равенство $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

(5) 26

Окружность проходит через середины двух противоположных сторон квадрата, а ее центр расположен на его третьей стороне (см. рисунок). Найдите площадь той части квадрата, которая лежит вне окружности, если сторона квадрата равна 5 см.



(5) 27

Найти наибольшее значение функции $f(x, y) = 100x + 140y$, если переменные x и y удовлетворяют условиям:
 $x \geq 0$, $y \geq 0$, $2x + 4y \leq 700$, $x + 2,5y \leq 400$ и $x + y \leq 300$.