

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადის მათემატიკაში
2022-23 სასწავლო წელი
III ტური X კლასი

ამოცანა 1

5 ქულა

გამოთვალეთ ჯამი $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2023}{2^{1012}}.$

ამოცანა 2

5 ქულა

დაამტკიცეთ, რომ თუ $n = q \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{p-1} \right)$, სადაც p არის 2-ზე მეტი მარტივი რიცხვი, ხოლო q და n ნატურალური რიცხვებია, მაშინ n იყოფა p -ზე.

ამოცანა 3

5 ქულა

ABC სამკუთხედში E წერტილი AD მედიანას შუაზე ყოფს. CE წრფე AB გვერდს F წერტილში გადაკვეთს. იპოვეთ CF მონაკვეთის სიგრძე, თუ $BD = BE$ და $AF = 1$.

ამოცანა 4

5 ქულა

დაამტკიცეთ, რომ თუ სასრული რაოდენობის (არა აუცილებლად ერთნაირი რადიუსის) წრეების ფართობების ჯამი მეტია ან ტოლია 2π -ზე, მაშინ ამ წრეებით შეიძლება დაფაროთ ერთეული ფართობის მქონე კვადრატი.

ამოცანა 5

5 ქულა

ცხრილში m სტრიქონი და n სვეტია ($m \geq 2, n \geq 2$). თითოეული სტრიქონისა და სვეტის გადაკვეთაში მდებარე უჯრედში ჩაწერილია ნატურალური რიცხვი, ამასთან ყველა ეს რიცხვი სხვადასხვაა. ყოველ სტრიქონში ავარჩიოთ უდიდესი რიცხვი, ამ m ცალ რიცხვს შორის ავარჩიოთ უმცირესი და ეს რიცხვი აღვნიშნოთ A -თი. შემდეგ ყოველ სვეტში ავარჩიოთ უმცირესი რიცხვი, ამ n ცალ რიცხვს შორის ავარჩიოთ უდიდესი და ეს რიცხვი აღვნიშნოთ B -თი. არსებობს თუ არა ცხრილი, რომლისთვისაც:

- ა) $A > B$?
- ბ) $A = B$?
- გ) $A < B$?