

შეფასების სქემა

მათემატიკა - II ვარიანტი

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ბ	ბ	ბ	ბ	ლ	ბ	ა	ა	ლ	ა	ა	ა	ბ	ა	ბ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ლ	ა	ბ	ა	ბ	ლ	ლ	ა	ბ	ბ	ლ	ლ	ბ	ბ	ბ

31	32	33	34	35	36	37
ბ	ბ	ბ	ბ	ლ	ბ	ლ

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(3) 38.

$A(1; 2)$ და $B(-1; 8)$ წერტილები ეკუთვნის $f(x) = a^{x+b}$ მაჩვენებლიანი ფუნქციის გრაფიკს. იპოვეთ b პარამეტრის მნიშვნელობა.

ამოხსნა

რადგან $A(1; 2)$ და $B(-1; 8)$ წერტილები ეკუთვნის $f(x) = a^{x+b}$ ფუნქციის გრაფიკს, ამიტომ

$$\begin{cases} 2 = a^{1+b} \\ 8 = a^{-1+b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^3 = a^{3(1+b)} \\ 8 = a^{-1+b} \end{cases} \Leftrightarrow 3(b+1) = b-1 \Rightarrow b = -2.$$

პასუხი: $b = -2$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) a და b პარამეტრების მიმართ მიიღო განტოლებათა სისტემა;

ბ) მიიღო ერთუცნობიანი განტოლება b პარამეტრის მიმართ (მაგ., $\frac{b-1}{b+1} = 3$) ან იპოვა a

პარამეტრის მნიშვნელობა;

გ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა.

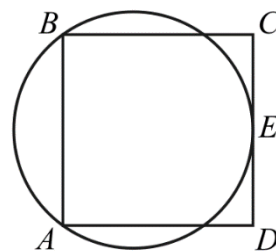
2 ქულა - ა, ბ.

3 ქულა - ა, ბ, გ.

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(3) 39.

$ABCD$ კვადრატის გვერდის სიგრძეა a . იპოვეთ იმ წრეწირის რადიუსი, რომელიც გადის კვადრატის A და B წვეროებზე და ეხება CD გვერდს (იხილე სურათი).



ამოხსნა

ვთქვათ წრეწირის რადიუსია r , ხოლო ცენტრი O წერტილში მდებარეობს, E წრეწირის და CD გვერდის შეხების წერტილია. მაშინ, $AO = BO = EO = r$. წრფე EO მართობულია AB გვერდის და მას F შუაწერტილში კვეთს, ამიტომ AOF

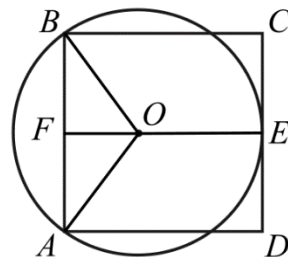
მართკუთხა სამკუთხედში $AF = \frac{a}{2}$, $FO = a - r$, $AO = r$.

პითაგორას თეორემის თანახმად $AO^2 = AF^2 + FO^2$, საიდანაც

ვღებულობთ განტოლებას $r^2 = \frac{a^2}{4} + (a - r)^2$. აქედან

$$2ar = \frac{5a^2}{4}, \quad r = \frac{5a}{8}.$$

$$\text{პასუხი: } r = \frac{5a}{8}.$$



ამოხსნის ეტაპები

ა) დაწერა ტოლობა $AO = BO = EO = r$;

ან გამოთვალა BE მონაკვეთის სიგრძე; ან ჩაწერა კავშირი ურთიერთ გადამკვეთი ქორდების მონაკვეთებს შორის;

ან ჩაწერა კავშირი ერთი წერტილიდან გამოსული წრეწირის მხების და მკვეთის მონაკვეთებს შორის;

ან დაადგინა, რომ BC გვერდის წრეწირთან გადაკვეთის წერტილის და A წერტილის შემაერთებელი მონაკვეთი წრეწირის დიამეტრია.

ბ) შეადგინა $r^2 = \frac{a^2}{4} + (a - r)^2$ ან მისი ტოლფასი განტოლება;

გ) მიიღო პასუხი: $r = \frac{5a}{8}$.

შეფასების სქემა

1 ქულა: ა.

2 ქულა: ა, ბ.

3 ქულა: ა, ბ, გ.

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(4) 40.

ორი ჭურჭლიდან თითოეულში ჩასხმულია 10 კგ მარილხსნარი. მეორე ჭურჭელში მარილის პროცენტული შემცველობა 4 -ჯერ მეტია პირველ ჭურჭელში ჩასხმულ მარილხსნარში მარილის პროცენტულ შემცველობაზე. რამდენი კილოგრამი მარილხსნარი უნდა გადავასხათ პირველი ჭურჭლიდან მეორეში, რომ მეორე ჭურჭელში მარილხსნარში მარილის პროცენტული შემცველობა 3-ჯერ მეტი გახდეს პირველ ჭურჭელში მარილხსნარში მარილის პროცენტულ შემცველობაზე?

ამოხსნა

ვთქვათ პირველ ჭურჭელში 10 კგ მარილხსნარი შეიცავდა a კგ მარილს. მაშინ მარილის პროცენტული შემცველობა იქნებოდა $\frac{a}{10} \cdot 100\%$. ამოცანის პირობის თანახმად მეორე ჭურჭელში ჩასხმული მარილხსნარი შეიცავდა $4a$ კგ მარილს.

თუ პირველი ჭურჭლიდან მეორეში გადაასხეს x კგ მარილხსნარი, მაშინ მასში იქნებოდა $\frac{a}{10} \cdot x$ კგ მარილი. ცხადია, რომ ამის შემდეგ პირველ ჭურჭელში მარილის პროცენტული შემცველობა დარჩება იგივე $\frac{a}{10} \cdot 100\%$, ხოლო მეორე ჭურჭელში მარილის პროცენტული შემცველობა გახდება

$\frac{4a + \frac{a}{10} \cdot x}{10 + x} \cdot 100\%$. ვინაიდან მეორე ჭურჭელში მარილხსნარში მარილის პროცენტული შემცველობა 3-ჯერ მეტი გახდა პირველ ჭურჭელში მარილხსნარში მარილის პროცენტულ შემცველობაზე, ამიტომ გვექნება განტოლება

$$\frac{3a}{10} \cdot 100 = \frac{4a + \frac{a}{10} \cdot x}{10 + x} \cdot 100.$$

ამრიგად, გვაქვს

$$\frac{3a}{10} \cdot 100 = \frac{4a + \frac{a}{10} \cdot x}{10 + x} \cdot 100 \Leftrightarrow 3(10 + x) = 10 \left(4 + \frac{x}{10} \right) \Rightarrow x = 5.$$

პასუხი: 5 კგ.

ამოხსნის ეტაპები

ა) გამოსახა მარილის მასა ერთი ჭურჭლიდან მეორეში გადასხმულ მარილხსნარში (მაგ. $\frac{a}{10} \cdot x$),

ან

აღნიშნა, რომ თავიდან მეორე ჭურჭელში იქნებოდა 4 -ჯერ მეტი მასის მარილი;

ბ) გამოსახა მეორე ჭურჭელში მარილის წილი ან პროცენტული შემცველობა გადასხმის

შემდეგ (მაგ. $\frac{4a + \frac{a}{10} \cdot x}{10 + x}$ ან $\frac{4a + \frac{a}{10} \cdot x}{10 + x} \cdot 100\%$);

გ) შეადგინა $\frac{3a}{10} \cdot 100 = \frac{4a + \frac{a}{10} \cdot x}{10 + x} \cdot 100$ ან მისი ტოლფასი განტოლება;

დ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა.

2 ქულა - ბ.

3 ქულა - ბ, გ.

4 ქულა - ბ, გ, დ.

შენიშვნა: 1) თუ a -ს კონკრეტული მნიშვნელობისთვის ამოხსნა ამოცანა; ან დაწერა პასუხი და შეამოწმა, რომ ამოცანის პირობებს აკმაყოფილებს ყოველი a -სთვის, ნაშრომი შეფასდეს 2 ქულით.

2) თუ დაწერა პასუხი და შეამოწმა, რომ ამოცანის პირობებს აკმაყოფილებს a -ს კონკრეტული მნიშვნელობისათვის, ნაშრომი შეფასდეს 1 ქულით.

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“-ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(4) 41.

იპოვეთ ნატურალურ რიცხვთა ყველა ისეთი (m, n) წყვილი, რომ

$$\frac{11m^2 + 5mn - 6n^2}{\sqrt{256 - 8m - 7n}} = 0.$$

ამოხსნა

გადავწეროთ განტოლება შემდეგი სისტემის სახით

$$\begin{cases} 11m^2 + 5mn - 6n^2 = 0, \\ 8m + 7n < 256. \end{cases}$$

სისტემის პირველი განტოლების ამოხსნა m -ის მიმართ გვაძლევს

$$m_1 = \frac{6}{11}n, \quad m_2 = -n.$$

ამოცანის პირობებს, რომ m და n ნატურალური რიცხვებია, აკმაყოფილებს მხოლოდ პირველი

ფესვი: $m_1 = \frac{6}{11}n$, საიდანაც $11m = 6n$. რადგან m და n ნატურალური რიცხვებია, ამიტომ, $m = 6k$,

$n = 11k$, სადაც $k \in \mathbb{N}$. ამ მნიშვნელობების ჩასმა სისტემის უტოლობაში გვაძლევს:

$125k < 256$. ე.ი. $k = 1$, ან $k = 2$. თუ $k = 1$, მაშინ $m = 6$, $n = 11$, თუ $k = 2$, მაშინ $m = 12$, $n = 22$.

პასუხი: $m = 6$, $n = 11$, ან $m = 12$, $n = 22$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) $11m^2 + 5mn - 6n^2 = 0$ და $8m + 7n < 256$ პირობების დაწერა;

ბ) $11m^2 + 5mn - 6n^2 = 0$ კვადრატული განტოლების ამოხსნა ერთ-ერთი ცვლადის, ან ცვლადთა შეფარდების მიმართ;

გ) $11m^2 + 5mn - 6n^2 = 0$ კვადრატული განტოლების ამოხსნა ერთ-ერთი ცვლადის, ან ცვლადთა შეფარდების მიმართ და საჭირო ფესვის შერჩევა: $m = \frac{6}{11}n$;

დ) დაწერა უტოლობა ერთი ცვლადის მიმართ (მაგ., $125k < 256$ ან $\frac{48}{11}n + 7n < 256$) ან შეარჩია

ფესვების ერთი წყვილი;

ე) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა: ა; ან ბ.

2 ქულა: ა, ბ; ან გ.

3 ქულა: ა, ბ, დ.

4 ქულა: ა, ბ, დ, ე.

შენიშვნა: თუ გამოიცნო საწყისი განტოლების ერთი ამონახსნი მაინც და შეამოწმა, რომ ის აკმაყოფილებს ამოცანის პირობას, იწერება 1 ქულა.