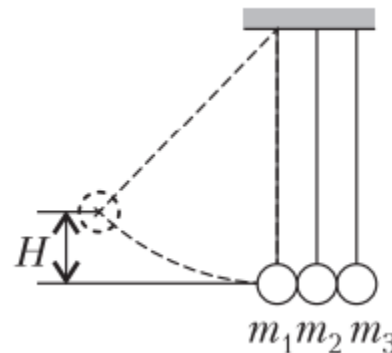


ფიზიკა. XI-XII კლასები.
III ტური. 2024-2025 სასწავლო წელი.

1. (5 ქულა) ერთნაირი ზომის მაგრამ სხვადასხვა მასის სამი ბურთულა დაკიდებულია ტოლი სიგრძის ძაფებზე და ეხება ერთმანეთს. m_1 მასის ბურთულა გადახარეს ისე, რომ ის აიწია H სიმაღლეზე და ხელი გაუშვეს (იხ. ნახ.). ყველა დაჯახება დრეკადია. პირველი ბურთულას მეორესთან და მეორეს მესამესთან დაჯახების შემდეგ სამივე ბურთულას აქვს მოდულით ტოლი ერთი მიმართულების იმპულსი. იპოვეთ ბურთულების მასები და რა სიმაღლეზე აიწევდა მეორე ბურთულა ამ დაჯახებების შემდეგ. დაჯახებების დროში ბურთულები ვერ ასწრებენ შესამჩნევ გადაადგილებას.



ამოხსნა:

თითოეული ბურთულას საბოლოო იმპულსი იყოს p . იმპულსის მუდმივობის კანონის თანახმად, პირველი ბურთულას იმპულსი მეორე ბურთულასთან შეჯახების წინ იქნებოდა $3p$, ხოლო მეორე ბურთულას იმპულსი პირველთან დაჯახების შემდეგ, ამავედროულად მესამესთან დაჯახების წინ იქნებოდა $2p$.

გამოვიყენოთ მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონი პირველი ბურთულას მეორესთან დაჯახებისათვის: $\frac{(3p)^2}{2m_1} = \frac{(2p)^2}{2m_2} + \frac{p^2}{2m_1}$, საიდანაც მიიღება, რომ

$$m_2 = m_1/2.$$

გამოვიყენოთ მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონი მეორე ბურთულას მესამესთან დაჯახებისათვის: $\frac{(2p)^2}{2m_2} = \frac{p^2}{2m_3} + \frac{p^2}{2m_2}$, საიდანაც მიიღება, რომ

$$m_3 = m_2/3 = m_1/6.$$

პირველი ბურთულას სიჩქარე მეორე ბურთულასთან დაჯახების წინ არის $\sqrt{2gH}$, ხოლო იმპულსი $3p$, ამიტომ გვაქვს: $3p = m_1\sqrt{2gH}$, საიდანაც $p = \frac{m_1\sqrt{2gH}}{3}$.

მეორე ბურთულას იმპულსი ორი დაჯახების შემდეგ არის p . ამიტომ ორი დაჯახების შემდეგ მისი სიჩქარეა $v_2 = \frac{p}{m_2} = \frac{2\sqrt{2gH}}{3}$, ხოლო მისი ასვლის სიმაღლე იქნება

$$H_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{4H}{9}$$

შეფასების სქემა: სწორადაა გამოყენებული იმპულსის მუდმივობის კანონი პირველი დაჯახებისთვის - 1 ქულა

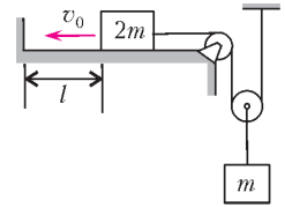
სწორადაა გამოყენებული იმპულსის მუდმივობის კანონი მეორე დაჯახებისთვის- 1 ქულა

სწორად გამოიყენა მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონი პირველი დაჯახებისთვის და იპოვა მეორე ბურთულას მასა - 1 ქულა.

სწორად გამოიყენა მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონი მეორე დაჯახებისთვის და იპოვა მესამე ბურთულას მასა - 1 ქულა.

გამოთვალა მეორე ბურთულას აწევის სიმაღლე - 1 ქულა

2. (5 ქულა) ნახატზე გამოსახულ სისტემაში საწყის მომენტში $2m$ მასის ძელაკი ვერტიკალურ კედელს დამორებულია ℓ მანძილით და მისრიალებს v_0 სიჩქარით (იხ. ნახ.). კედელთან დაჯახება აბსოლუტურად არადრეკადია. განსაზღვრეთ, საწყისი მდებარეობიდან რა მაქსიმალურ სიმაღლეზე ავა m მასის ძელაკი. ხახუნი სისტემაში, აგრეთვე ძაფისა და ჭოჭონაქების მასები უგულებელყავით. ძაფი ჩათვალით უჭიმვადად. თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაა g .



ამოხსნა:

კედელთან დაჯახების მომენტამდე m მასის ძელაკი ავა $\frac{\ell}{2}$ სიმაღლეზე. ამის შემდეგ ის იმოძრაავებს როგორც რაღაც v სიჩქარით ვერტიკალურად ზევით ასროლილი სხეული. ამ სიჩქარის საპოვნელად გამოვიყენოთ მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონი. გავითვალისწინოთ, რომ m მასის ძელაკის სიჩქარე 2-ჯერ ნაკლებია $2m$ მასის ძელაკის სიჩქარეზე.

$$\frac{2mv_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{8} = \frac{8mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + mg\frac{\ell}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{v_0^2}{4} - \frac{g\ell}{9}$$

დაჯახების შემდეგ ასვლის სიმაღლე იქნება

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{v_0^2}{8g} - \frac{\ell}{18}$$

საწყისი მდებარეობიდან ასვლის სიმაღლე იქნება

$$H = h + \frac{\ell}{2} = \frac{v_0^2}{8g} + \frac{4\ell}{9}$$

შეფასების სქემა:

ნაპოვნია დაჯახებამდე ასვლის სიმაღლე - 1 ქულა

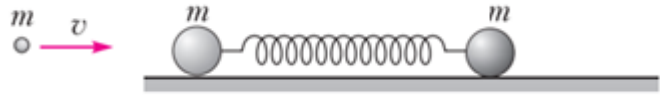
გათვალისწინებულია, რომ m მასის ძელაკის სიჩქარე 2-ჯერ ნაკლებია $2m$ მასის ძელაკის სიჩქარეზე საწყის მომენტში - 1 ქულა

გათვალისწინებულია, რომ m მასის ძელაკის სიჩქარე 2-ჯერ ნაკლებია $2m$ მასის ძელაკის სიჩქარეზე $2m$ მასის ძელაკის კედელთან დაჯახების მომენტში - 1 ქულა

სწორადაა გამოყენებული ენერგიის მუდმივობის კანონი ან ნიუტონის მეორე კანონი m მასის ძელაკის სიჩქარის საპოვნელად $2m$ მასის ძელაკის კედელთან დაჯახების მომენტში - 1 ქულა

ნაპოვნია დაჯახების შემდეგ ასვლის სიმაღლე -1 ქულა

3. (5 ქულა) გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დევს ტოლი m მასების მქონე ერთი ზომის ორი ბურთულა. ისინი ერთმანეთთან შეერთებულია მათ ცენტრებზე გამავალი წრფის გასწვრივი ზამბარით, რომლის სიხისტეა k . ერთ-ერთ ბურთულას მოხვდა იმავე წრფის გასწვრივ v სიჩქარით მოძრავი m მასის ტყვია (იხ. ნახ.). დაჯახება აბსოლუტურად არადრეკადია და გრძელდება ძალიან მცირე დროის განმავლობაში. ზამბარით შეერთებული ბურთულები დაიწყებენ რხევას მასათა ცენტრთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში. განსაზღვრეთ წარმოქმნილი რხევების პერიოდი და თითოეული ბურთულას რხევის ამპლიტუდა.



ამოხსნა:

აბსოლუტურად არადრეკადი დაჯახების შედეგად ტყვია და მარცხენა ბურთულა $2m$ მასის ერთ სხეულად გაერთიანდება და გააგრძელებს მოძრაობას u სიჩქარით, რომელიც შეგვიძლია დავადგინოთ იმპულსის მუდმივობის კანონის გამოყენებით: $mv = 2mu$, საიდანაც

$$u = \frac{v}{2}. \quad (1)$$

ვიპოვოთ მიღებული სისტემის მასათა ცენტრის მდებარეობა და სიჩქარე. დაუჭიძავი ზამბარის სიგრძე აღვნიშნოთ L -ით. რადგან სხეულთა მასებია $2m$ და m , მასათა ცენტრი ყოველთვის ორჯერ უფრო ახლოს იქნება პირველ (მარცხენა) სხეულთან, ვიდრე მეორესთან (ე.ი. პირველი სხეულიდან $\frac{L}{3}$ მანძილზე საწყის, ანუ ტყვიის დაჯახების მომენტში), ხოლო სიჩქარე განისაზღვრება ფორმულით

$$v_c = \frac{2mu}{2m+m} = \frac{v}{3} \quad (2)$$

და მიმართულია მარჯვნივ. გადავიდეთ მასათა ცენტრის ათვლის სისტემაში. x ღერძი მივმართოთ ზამბარის გასწვრივ მარჯვნივ. მაშინ სხეულების საწყისი კოორდინატები შესაბამისად იქნება

$$\left(-\frac{L}{3}\right) \text{ და } \frac{2L}{3},$$

ხოლო საწყისი სიჩქარეების გეგმილები -

$$\frac{v}{6} \text{ და } \left(-\frac{v}{3}\right). \quad (3)$$

ათვლის ამ სისტემაში სხეულთა ჯამური იმპულსი ყოველთვის ნულის ტოლია. ე.ი. რხევისას სხეულები ერთდროულად ჩერდებიან და ერთდროულად აღწევენ მოდულით მაქსიმალურ სიჩქარეებს, ანუ მათი რხევის პერიოდები ტოლია. თანაც პირველი სხეული ირხევა ზამბარის $\frac{L}{3}$ სიგრძის ნაწილზე, მეორე კი დარჩენილ $\frac{2L}{3}$ სიგრძის ნაწილზე (ზამბარის წერტილი, რომელიც მასათა ცენტრს შეესაბამება, ათვლის ამ სისტემაში უძრავი რჩება). ზამბარის ნაწილების სიხისტეები მათი სიგრძეების უკუპროპორციულია:

$$k_1 \frac{L}{3} = k_2 \frac{2L}{3} = kL, \text{ საიდანაც } k_1 = 3k, \quad k_2 = 1,5k \quad (4)$$

აქედან განვსაზღვრავთ რხევების პერიოდს:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{3k}}. \quad (5)$$

რხევის ამპლიტუდებს ვპოულობთ ენერგიის მუდმივობის კანონის გამოყენებით:

$$\frac{1}{2} 2m \left(\frac{v}{6}\right)^2 = \frac{1}{2} k_1 A_1^2 \quad \text{და} \quad \frac{1}{2} m \left(\frac{v}{3}\right)^2 = \frac{1}{2} k_2 A_2^2,$$

საიდანაც საბოლოოდ მივიღებთ

$$A_1 = \frac{v}{6} \sqrt{\frac{2m}{3k}} \quad \text{და} \quad A_2 = \frac{v}{3} \sqrt{\frac{2m}{3k}} \quad (6)$$

შეფასების სქემა: შერჩეულია რხევის პერიოდის გამოთვლის სწორი გზა და

დაწყებულია მისი განხორციელება - 1 ქულა

გავლილია რხევის პერიოდის გამოსათვლელი გზის რამდენიმე ეტაპი, მაგრამ არაა

ბოლომდე მიყვანილი - 2 ქულა

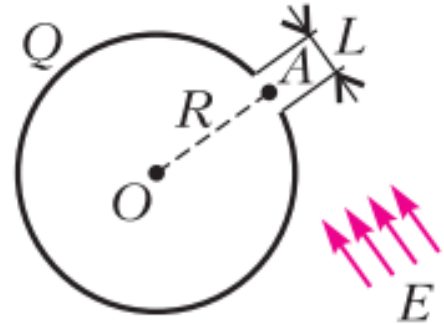
რხევის პერიოდის გამოთვლა მიყვანილია ბოლომდე - 3 ქულა

შერჩეულია რხევის ამპლიტუდების გამოთვლის სწორი გზა და დაწყებულია მისი

განხორციელება - 1 ქულა

ნაპოვნია რხევის ამპლიტუდები - 2 ქულა

4. (5 ქულა) დიელექტრიკის წვრილ, ხისტ, m მასისა და R რადიუსის მქონე რგოლს შეუძლია თავისუფლად ბრუნვა დამაგრებული ვერტიკალური O ღერძის გარშემო. რგოლის სიბრტყე ღერძის მართობულია. რგოლი თანაბრად დადუმებული დადებითი ნიშნის Q მუხტით. A წერტილის მახლობლად ამოჭრილია რგოლის ძალზე მცირე უბანი ისე, რომ გაჩნდა $L \ll R$ სიგრძის ღრეჩო (იხ. ნახ.). თავდაპირველად რგოლი უძრავია. მომენტალურად შექმნეს რგოლის სიბრტყის პარალელური და OA წრფის მართობული ერთგვაროვანი ელექტრული ველი, რომლის დამაბულობის მოდულია E . განსაზღვრეთ რგოლის მაქსიმალური კუთხური სიჩქარე ამის შემდეგ.



ამოხსნა:

ამოჭრის შემდეგ რგოლი შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც Q მუხტით თანაბრად დადუმებული მთლიანი რგოლი და რგოლის A წერტილში დამაგრებული $\left(-\frac{QL}{2\pi R}\right)$ წერტილოვანი მუხტი.

რგოლს აამოძრავებს ერთგვაროვანი ელექტრული ველიდან წერტილოვან მუხტზე მოქმედი ძალა. რგოლის კუთხური სიჩქარე მაქსიმალური იქნება, როდესაც ველი შეასრულებს მაქსიმალურ მუშაობას. ეს იქნება რგოლის 90° -ით მობრუნებისას.

შეძენილი კინეტიკური ენერგია ველის მუშაობის ტოლი იქნება

$$\frac{mv^2}{2} = A$$

ველის მუშაობა იქნება
$$A = \frac{QL}{2\pi R} ER = \frac{QLE}{2\pi}$$

$v = \omega R$ ამიტომ გვაქვს $\frac{m\omega^2 R^2}{2} = \frac{QLE}{2\pi}$, საიდანაც $\omega = \sqrt{\frac{QLE}{\pi m R^2}}$

შეფასების სქემა: ამოჭრის შემდეგ რგოლი განიხილა როგორც მთლიანი რგოლი და წერტილოვანი მუხტი - 1 ქულა

სწორია წერტილოვანი მუხტის მნიშვნელობა -1 ქულა

მიხვდა, რომ კუთხური სიჩქარე მაქსიმალურია 90° -ით მობრუნებისას - 1 ქულა

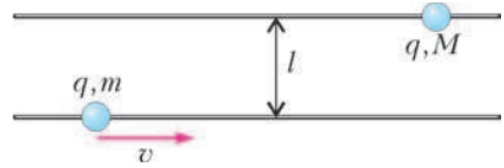
სწორად იპოვა წერტილოვან მუხტზე ერთგვაროვანი ელექტრული ველიდან

მოქმედი ძალის მუშაობა - 1 ქულა

გაუტოლა რგოლის შეძენილი კინეტიკური ენერგია ველის მუშაობას და გამოიყენა სიჩქარის კავშირი კუთხურ სიჩქარესთან - 1 ქულა

5. (5 ქულა) ტოლი q მუხტით დამუხტული მძივის ორი მარცვალ წამოცმულია

პარალელურ წვრილ არაგამტარ ძალიან გრძელ ჰორიზონტალურ ღეროებზე (იხ. ნახ.). ღეროები დამაგრებულია. მათ შორის მანძილია ℓ . მძივის მარცვლებს უხახუნოდ შეუძლიათ სრიალი



ღეროების გასწვრივ. ზედა მარცვლის მასაა M , ხოლო ქვედასი - m . საწყის მომენტში ზედა მარცვლის სიჩქარე ნულის ტოლია, ხოლო ქვედა მარცვალს, რომელიც პირველისგან დიდი მანძილითაა დაშორებული, აქვს v სიჩქარე. რისი ტოლი იქნება ზედა მარცვლის სიჩქარე დიდი დროის შემდეგ? განიხილეთ შემთხვევები.

ამოხსნა:

ამოცანა უმჯობესია ამოვხსნათ მასათა ცენტრის მიმართ, რომლის სიჩქარეც განისაზღვრება ფორმულით

$$v_c = \frac{mv}{m+M} \quad (1)$$

და მიმართულია მარჯვნივ. გადავიდეთ მასათა ცენტრის ათვლის სისტემაში. x ღერძი გავატაროთ მასათა ცენტრზე (ცხადია, აქვე იქნება კოორდინატთა სათავეც) და მივმართოთ ღეროების პარალელურად მარჯვნივ. მაშინ მძივის მარცვლების საწყის სიჩქარეთა გეგმილები იქნება:

$$\text{ქვედასი } \frac{Mv}{m+M} \text{ და ზედასი } \left(-\frac{mv}{m+M}\right). \quad (2)$$

შევნიშნოთ, რომ სისტემის სრული მექანიკური ენერგია ინახება და გამოვთვალოთ იგი დროის საწყის მომენტში. გავითვალისწინოთ, რომ ამ მომენტში მარცვლები ერთმანეთისაგან ძალიან დიდი მანძილითაა დაშორებული და მათი ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგია ნულის ტოლია. მაშინ სრული ენერგია კინეტიკური ენერგიების ჯამი იქნება:

$$E_{\text{სრული}} = \frac{1}{2} m \left(\frac{Mv}{m+M}\right)^2 + \frac{1}{2} M \left(\frac{mv}{m+M}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{mMv^2}{m+M}. \quad (3)$$

შევნიშნოთ აგრეთვე, რომ ათვლის ამ სისტემაში მარცვლების ჯამური იმპულსი ყოველთვის ნულის ტოლია. ე.ი. მოძრაობისას ისინი ჯერ უახლოვდებიან ერთმანეთს, შემდეგ ერთდროულად მიაღწევენ მოდულით მინიმალურ (მათ შორის შესაძლოა ნულოვან) სიჩქარეებს და შემდეგ, ერთი გამონაკლისი შემთხვევის გარდა, კვლავ დაშორდებიან ერთმანეთს. ეს გამონაკლისი შემთხვევა დადგება, თუკი მარცვლების სიჩქარეები ნულის ტოლი გახდება ზუსტად იმ მომენტში, როდესაც მათი x კოორდინატები ერთმანეთს დაემთხვევა (ანუ ორივე კოორდინატი ნულის ტოლი იქნება). ამ შემთხვევაში მარცვლები არამდგრად წონასწორობაში უძრავნი დარჩებიან ერთმანეთისგან ℓ მანძილზე და სრული მექანიკური ენერგია მათი ამ მანძილზე ურთიერთქმედების პოტენციალური ენერგიის ტოლი იქნება:

$$E_{\text{სრული}} = \frac{kq^2}{\ell}. \quad (4)$$

(3) და (4)-დან მივიღებთ პირობას საწყისი სიჩქარისთვის:

$$v = |q| \sqrt{\frac{2k(m+M)}{mM\ell}}. \quad (5)$$

v -ს ამ მნიშვნელობისთვის ზედა მარცვლის სიჩქარე დედამიწის მიმართ დიდი დროის შემდეგაც $v_c = \frac{mv}{m+M}$ -ს ტოლი დარჩება, ანუ

$$V_{ზედა} = \frac{mv}{m+M} = |q| \sqrt{\frac{2km}{M(m+M)\ell}} \quad (6)$$

და მიმართული იქნება მარჯვნივ.

თუ

$$v > |q| \sqrt{\frac{2k(m+M)}{mM\ell}}, \quad (7)$$

მაშინ მარცვლები ერთმანეთს მინიმალური სიჩქარეებით ჩაუვლიან, ანუ არ შეიცვლიან მოძრაობის მიმართულებას, და ურთიერთგანზიდვის ძალით კვლავ აჩქარდებიან. რადგან ენერგია და იმპულსი ინახება, დიდი მანძილის გავლის შემდეგ მარცვლები კვლავ მიაღწევენ (2) ფორმულით მოცემულ საწყის სიჩქარეებს. შესაბამისად, ზედა მარცვალს დედამიწის მიმართ დიდი დროის შემდეგ კვლავ გაჩერდება, ანუ

$$V_{ზედა} = 0. \quad (8)$$

თუ

$$v < |q| \sqrt{\frac{2k(m+M)}{mM\ell}}, \quad (9)$$

მაშინ მარცვლები მანამდე გაჩერდებიან, ვიდრე ერთმანეთს გაუსწორდებიან. შემდეგ, ურთიერთგანზიდვის ძალის გავლენით, კვლავ აჩქარდებიან, ოღონდ ამოძრავდებიან საწინააღმდეგო მიმართულებებით. შესაბამისად, რადგან ენერგია ინახება, დიდი მანძილის გავლის შემდეგ მარცვლები თავდაპირველ სიჩქარეებს მიაღწევენ, მაგრამ (2) ფორმულებისაგან ნიშნებით განსხვავებული გეგმილები ექნებათ:

$$\text{ქვედას } \left(-\frac{Mv}{m+M}\right) \text{ და ზედას } \frac{mv}{m+M}. \quad (10)$$

ამიტომ ზედა მარცვალს დედამიწის მიმართ დიდი დროის შემდეგ იმოძრავებს მარჯვნივ მასათა ცენტრის ორმაგი სიჩქარით, ანუ

$$V_{ზედა} = \frac{2mv}{m+M} \quad (11)$$

შეფასების სქემა:

გამოყენებულია ენერგიისა და იმპულსის მუდმივობის კანონები - 1 ქულა

ნაპოვნია საწყისი სიჩქარის კრიტიკული მნიშვნელობა - 1 ქულა

ნაპოვნია ზედა ბურთულას შესაძლო საბოლოო სიჩქარეები - 2 ქულა

გაანალიზებულია, რომელი პასუხი რომელ შემთხვევაშია მართებული - 1 ქულა