

შეფასების სქემა

მათემატიკა - I ვარიანტი

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ბ	დ	გ	დ	გ	გ	დ	ბ	ა	დ	ა	გ	ა	ა	ბ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ბ	დ	ა	გ	გ	ბ	ა	ბ	ბ	ა	დ	დ	ბ	გ	გ

31	32	33	34	35	36	37
ა	ბ	დ	ბ	ა	გ	დ

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(3) 38. იპოვეთ $f(x) = ax^2 - 12x + c$ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა, თუ ცნობილია, რომ ამ ფუნქციის გრაფიკი სიმეტრიულია $x = 2$ წრფის მიმართ და გადის $(1; 8)$ წერტილზე.

ამოხსნა

იმისათვის რომ დავადგინოთ $f(x) = ax^2 - 12x + c$ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა, ვიპოვოთ a და c კოეფიციენტების მნიშვნელობები. პირობის თანახმად მოცემული ფუნქციის გრაფიკი სიმეტრიულია $x = 2$ წრფის მიმართ, ამიტომ $-\frac{-12}{2a} = 2$, ე.ი. $a = 3$. რადგან ფუნქციის გრაფიკი გადის $(1; 8)$ წერტილზე, მივიღებთ $8 = 3 - 12 + c \Leftrightarrow c = 17$ ე.ი. $f(x) = 3x^2 - 12x + 17$.

რადგან $a > 0$, ამიტომ მოცემული ფუნქციის შესაბამისი პარაბოლის შტოები მიმართულია ზემოთ და ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობა მიიღწევა $x_0 = 2$ წერტილში.

$$f(2) = 12 - 24 + 17 = 5$$

პასუხი: 5

ამოხსნის ეტაპები

ა) გამოთვალა a -პარამეტრის მნიშვნელობა; ან დაწერა ტოლობა $8 = a - 12 + c$;

ბ) გამოთვალა c -ს მნიშვნელობა;

გ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა.

2 ქულა - ა, ბ.

3 ქულა - ა, ბ, გ.

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“-ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

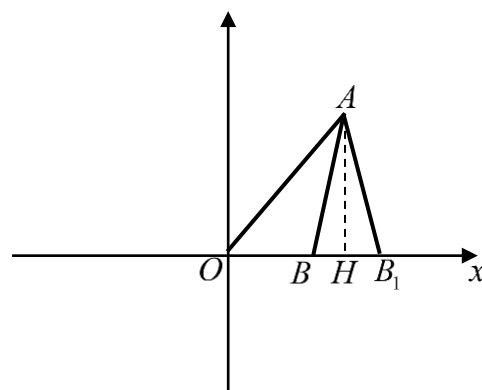
(3) 39.

Oxy საკოორდინატო სისტემაზე მოცემულია OAB ბლაგვკუთხა სამკუთხედი, სადაც A წერტილი მდებარეობს პირველ საკოორდინატო მეოთხედში, ხოლო B წერტილი მდებარეობს Ox ღერძზე. ცნობილია, რომ $OA=8$, $AB=7$ და $\angle AOB=60^\circ$. გამოთვალეთ OAB სამკუთხედის ფართობი.

ამოხსნა

ვთქვათ A წერტილიდან Ox ღერძზე დაშვებული მართობის ფუძე არის H . მაშინ $AH = AO \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$ და $OH = \frac{1}{2} AO = 4$.

პითაგორას თეორემით $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = 1$. დავადგინოთ, B წერტილი აბსცისათა ღერძზე H წერტილის რომელ მხარეს მდებარეობს. ვთქვათ B_1 წერტილიც მდებარეობს Ox ღერძზე ისე, რომ B და B_1 წერტილები მდებარეობენ H წერტილის სხვადასხვა მხარეს და $BH = B_1H = 1$. ვინაიდან OAB სამკუთხედი უნდა იყოს ბლაგვკუთხა, ამიტომ B წერტილი უნდა მდებარეობდეს O და H წერტილებს შორის (იხ. ნახაზი). OAB_1 სამკუთხედი მახვილკუთხაა, რადგან ამ სამკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 8, 7 და 5. ამრიგად $OB = OH - BH = 3$ და $S_{OAB} = \frac{1}{2} OB \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.



პასუხი: $6\sqrt{3}$.

ამოხსნის ეტაპები

- გამოთვალა AH ან OH ან $\sin \angle ABO$ ან დაწერა კოსინუსების თეორემა AB გვერდის მიმართ;
- გამოთვალა OB ;
- პასუხი.

შეფასების სქემა

- 1 ქულა - ა.
- 2 ქულა - ა, ბ.
- 3 ქულა - ა, ბ, გ.

შენიშვნა: თუ დაწერა $OB = 5$ და გამოთვალა შესაბამისი ფართობი, შეფასდეს 2 ქულით.

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“-ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(4) 40.

საწარმოში ორი სხვადასხვა სიმძლავრის დანადგარი ერთობლივი მუშაობით 400 კილოგრამ ჩირს 10 საათში ამზადებს. ტექნიკური გაუმჯობესების შემდეგ, პირველი დანადგარის პროდუქტიულობა (ერთ საათში დამზადებული ჩირის მასის რაოდენობა) გაიზარდა 25%-ით, ხოლო ტექნიკური წუნის გამო მეორე დანადგარის პროდუქტიულობა შემცირდა 10%-ით. ამ ცვლილებების შემდეგ, ორივე დანადგარმა ერთად 12 საათში 552 კილოგრამი ჩირი დაამზადა. რამდენი კილოგრამ ჩირს ამზადებდა თავდაპირველად თითოეული დანადგარი ერთ საათში?

ამოხსნა

ვთქვათ თავდაპირველად პირველი დანადგარი ერთ საათში ამზადებდა x კგ ჩირს, ხოლო მეორე დანადგარი კი y კგ ჩირს. ვინაიდან ერთობლივი მუშაობით 10 საათში ამზადებდნენ 400 კგ ჩირს, ერთ საათში მათ მიერ ჯამურად შექმნილი პროდუქტის რაოდენობაა 40 კგ ჩირი. ე.ი. სამართლიანია ტოლობა: $x + y = 40$.

ტექნიკური გაუმჯობესების შედეგად პირველი დანადგარი ერთ საათში ამზადებს $1,25x$ კგ ჩირს. ტექნიკური წუნის გამო მეორე დანადგარი ერთ საათში ამზადებს $0,9y$ კგ ჩირს. ამოცანის პირობის თანახმად 12 საათში მათ ერთად დაამზადეს 552 კგ ჩირი, ე.ი. სამართლიანია ტოლობა: $12(1,25x + 0,9y) = 552$.

მაშასადამე, გვაქვს სისტემა:
$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 12(1,25x + 0,9y) = 552 \end{cases}$$
 . თუ პირველი განტოლებიდან გამოვსახავთ ერთ

ცვლადს მეორე ცვლადით და ჩავსვათ მეორე განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\begin{cases} y = 40 - x \\ 1,25x + 0,9(40 - x) = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 - x \\ 0,35x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{10}{0,35} = \frac{200}{7} = 28\frac{4}{7} \text{ და } y = 11\frac{3}{7}.$$

პასუხი: $28\frac{4}{7}$ კგ; $11\frac{3}{7}$ კგ.

ამოხსნის ეტაპები

ა) შემოიტანა საჭირო უცნობები და შეადგინა $x + y = 40$ განტოლება;

ან $12(1,25x + 0,9y) = 552$ განტოლება (ან მათი ტოლფასი განტოლებები);

ბ) შეადგინა $x + y = 40$ და $12(1,25x + 0,9y) = 552$ განტოლებები (ან მათი ტოლფასი განტოლებები);

გ) მიიღო ერთ უცნობიანი განტოლება x -ის ან y -ის მიმართ;

დ) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა.

2 ქულა - ბ.

3 ქულა - ბ, გ.

4 ქულა - ბ, გ, დ.

შენიშვნა. იმ შემთხვევაში, თუ აბიტურიენტმა გამოიცნო პასუხი და შეამოწმა, რომ ის აკმაყოფილებს ამოცანის პირობებს, იწერება 2 ქულა.

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“-ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

(4) 41. m პარამეტრის ყველა იმ მნიშვნელობისთვის, რომლისთვისაც $x^2 - (m-3)x + (m^2 + 3m + 2) = 0$ კვადრატულ განტოლებას აქვს ორი ნამდვილი, ერთმანეთისგან განსხვავებული ამონახსნი, გამოთვალეს ამ ამონახსნების კვადრატების ჯამი $x_1^2 + x_2^2$. იპოვეთ ამ ჯამის შესაძლო უდიდესი მნიშვნელობა.

ამოხსნა

კვადრატულ განტოლებას აქვს ორი ნამდვილი, ერთმანეთისგან განსხვავებული ფესვი, როდესაც მისი დისკრიმინანტი დადებითია. ე.ი. $(m-3)^2 - 4(m^2 + 3m + 2) > 0 \Leftrightarrow 3m^2 + 18m - 1 < 0 \Rightarrow$

$m \in \left(-3 - \frac{2\sqrt{21}}{3}; -3 + \frac{2\sqrt{21}}{3}\right)$. ქვემოთ, ვიგულისხმობთ, რომ m აღებულია აღნიშნული სიმრავლიდან.

მაშინ, ვიეტის თეორემის თანახმად $x_1 + x_2 = m-3$ და $x_1 \cdot x_2 = m^2 + 3m + 2$.

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (m-3)^2 - 2(m^2 + 3m + 2) = -m^2 - 12m + 5$. ჩვენი მიზანია, ვიპოვოთ

$\left(-3 - \frac{2\sqrt{21}}{3}; -3 + \frac{2\sqrt{21}}{3}\right)$ სიმრავლეზე განსაზღვრული $f(m) = -m^2 - 12m + 5$ ფუნქციის მაქსიმალური

მნიშვნელობა. $-m^2 - 12m + 5$ კვადრატული სამწვერი უდიდეს მნიშვნელობას იღებს პარაბოლის წვეროში,

რომლის აბსცისაა $-\frac{12}{2} = -6$. რადგან $\frac{2\sqrt{21}}{3} > 3$, ამიტომ $-6 \in \left(-3 - \frac{2\sqrt{21}}{3}; -3 + \frac{2\sqrt{21}}{3}\right)$. მაშასადამე

$f(m)$ ფუნქციის უდიდესი მნიშვნელობა ტოლია $f(-6) = -36 + 72 + 5 = 41$.

პასუხი: 41.

ამოხსნის ეტაპები

ა) დაადგინა m -ის იმ მნიშვნელობათა სიმრავლე, რომელთათვისაც საწყის განტოლებას აქვს ორი,

ერთმანეთისგან განსხვავებული ნამდვილი ამონახსნი $m \in \left(-3 - \frac{2\sqrt{21}}{3}; -3 + \frac{2\sqrt{21}}{3}\right)$;

ბ) დაწერა ტოლობები $x_1 + x_2 = m-3$ და $x_1 \cdot x_2 = m^2 + 3m + 2$;

გ) დაადგინა ტოლობა $x_1^2 + x_2^2 = -m^2 - 12m + 5$;

დ) შეამოწმა, რომ თუ $m = -6$, განტოლებას აქვს ორი, ერთმანეთისგან განსხვავებული ნამდვილი ამონახსნი;

ე) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა - ა; ან ბ.

2 ქულა - ბ, გ; ან ა, ბ.

3 ქულა - ა, გ; ან გ, დ.

4 ქულა - ა, გ, ე; ან გ, დ, ე.

შენიშვნა: თუ დაადგინა, რომ $x_1^2 + x_2^2 = -m^2 - 12m + 5$ და გამოთვალა $f(-6) = 41$ შეფასდეს 3 ქულით.