

2026 წლის საგნის გამოცდის - მათემატიკის (საბაზო ან/და საშუალო საფეხური)
ტესტის შეფასების სქემა

შენიშვნა. ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის
ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

პასუხები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
დ	ბ	დ	ა	გ	გ	ბ	გ	დ	გ	გ	ბ

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
ბ	დ	ა	ა	ა	გ	ბ	ბ	ა	დ	გ	ა

ქვემოთ თითოეული დავალებისათვის ნიმუშად წარმოდგენილია ერთ-ერთი შესაძლო პასუხი, რომელიც მაქსიმალური ქულით შეფასდება.

(7) 25.

(3) განსაზღვრეთ შექცეული ტრიგონომეტრიული ფუნქცია $\arcsin$.

(4) ამოხსენით განტოლება: $\arcsin x + \arcsin(2x) = \frac{\pi}{2}$.

ამოხსნა

(3) 1. ყოველი $a \in [-1; 1]$ რიცხვისათვის განვსაზღვროთ $\arcsin(a)$ რიცხვი, როგორც ის ერთადერთი რიცხვი $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ სეგმენტიდან, რომლის სინუსი a -ს ტოლია.

თუ განვიხილავთ $\sin$ ფუნქციის შეზღუდვას $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ სეგმენტზე, დავასკვნით, რომ ის არის ურთიერთცალსახა. ამ შეზღუდული ფუნქციის შექცეულს უწოდებენ $\arcsin$ ფუნქციას. მაშასადამე, $\arcsin : [-1; 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ არის ფუნქცია, რომელიც თითოეულ $a \in [-1; 1]$ რიცხვს განსაზღვრის არიდან შეუსაბამებს $\arcsin(a)$ რიცხვს მნიშვნელობათა $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ სიმრავლიდან.

ამოხსნის ეტაპები

ა) მიუთითა $\arcsin$ ფუნქციის განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე;

ბ) განსაზღვრა $\arcsin(a)$ რიცხვი, სადაც $a \in [-1; 1]$;

შეფასების სქემა

1 ქულა: ა.

2 ქულა: ბ.

3 ქულა: ა, ბ.

(4) 2. ამოხსენით განტოლება: $\arcsin x + \arcsin(2x) = \frac{\pi}{2}$.

$\arcsin$ ფუნქციის განსაზღვრის არის გათვალისწინებით x ცვლადი უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$.

$\arcsin x + \arcsin(2x) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin(2x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin x \Rightarrow \sin(\arcsin(2x)) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin x\right) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2x = \cos(\arcsin x).$

რადგან $\arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, ამიტომ $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - (\sin(\arcsin x))^2} = \sqrt{1 - x^2}$.

ვღებულობთ განტოლებას $2x = \sqrt{1 - x^2}$. მიღებული ტოლობიდან ნათელია, რომ $x \geq 0$, ე.ი. x ცვლადი უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$.

$2x = \sqrt{1 - x^2} \Rightarrow 4x^2 = 1 - x^2 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$. შევნიშნოთ, რომ $\frac{\sqrt{5}}{5} \leq \frac{1}{2}$. მაშინ, განტოლების

ამონახსნია $x = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

პასუხი: $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) შენიშნა, რომ $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$;

ბ) მიიღო განტოლება $2x = \cos(\arcsin x)$;

ან განიხილა $\sin(\arcsin x + \arcsin(2x)) = 1$;

ან $\cos(\arcsin x + \arcsin(2x)) = 0$ განტოლებები.

გ) მიიღო $2x = \sqrt{1 - x^2}$ ან მისი ტოლფასი განტოლება;

ან მიიღო $25x^4 - 10x^2 + 1 = 0$ ან მისი ტოლფასი განტოლება;

დ) პასუხი.

შეფასების სქემა

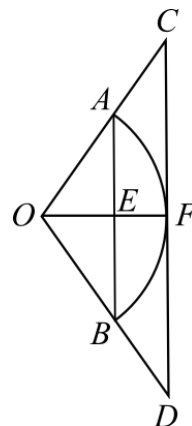
1 ქულა: ა.

2 ქულა: ბ.

3 ქულა: ბ, გ.

4 ქულა: ბ, გ, დ.

(5) 26. სურათზე გამოსახული OAB წრიული სექტორის AB მონაკვეთის სიგრძე 3 სმ-ის ტოლია, OA და OB სხივებზე აღებულია შესაბამისად ისეთი C და D წერტილები, რომ CD მონაკვეთი ეხება AB რკალს F წერტილში, CD მონაკვეთის სიგრძეა 6 სმ და $CD \parallel AB$. იპოვეთ AB რკალის სიგრძე.



ამოხსნა

თუ $OA = r$ და $\angle AOF = \alpha$, მაშინ $AB = 2AE = 2r \cdot \sin \alpha$, $CD = 2CF = 2r \cdot \tan \alpha$,
ამიტომ

$$\frac{AB}{CD} = \frac{2r \sin \alpha}{2r \tan \alpha} = \cos \alpha = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \text{ საიდანაც ვიღებთ, რომ } \alpha = \frac{\pi}{3}. \text{ მაშინ}$$

$$r = \frac{AE}{\sin \alpha} = \frac{3}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, \quad l_{AFB} = 2\alpha r = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{პასუხი: } \frac{2\pi}{\sqrt{3}}.$$

ამოხსნის ეტაპები

ა) დაწერა $AB = 2r \cdot \sin \alpha$, $CD = 2r \cdot \tan \alpha$ ფორმულებიდან ერთ-ერთი ან შენიშვნა, რომ

$$AB = \frac{CD}{2};$$

ბ) დაწერა $AB = 2r \cdot \sin \alpha$, $CD = 2r \cdot \tan \alpha$ ფორმულები ან აღნიშვნა, რომ $OE = \frac{OA}{2}$;

$$\text{ან შეადგინა განტოლება } \frac{r^2}{4} + \frac{9}{4} = r^2;$$

გ) გამოთვალა კუთხე: $\alpha = \frac{\pi}{3}$;

დ) გამოთვალა სექტორის რადიუსი (მაგ. $\frac{r^2}{4} + \frac{9}{4} = r^2$ განტოლებიდან;

$$\text{ან } r = \frac{AE}{\sin \alpha} = \frac{3}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ ტოლობით);}$$

ე) მიიღო პასუხი: $l_{AFB} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$.

შეფასების სქემა

1 ქულა: ა.

2 ქულა: ბ.

3 ქულა: გ; ან დ.

4 ქულა: გ, დ.

5 ქულა: გ, დ, ე.

(5) 27. ამოხსენით უტოლობა: $3\sqrt{\log_2(x-1)} + 2\log_2(x-1)^5 \leq 7$.

ამოხსნა

$\sqrt{\log_2(x-1)}$ გამოსახულება განსაზღვრულია, როდესაც

$$\log_2(x-1) \geq 0 \Leftrightarrow x-1 \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 2.$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა $t = \sqrt{\log_2(x-1)}$. მაშინ, საწყისი უტოლობიდან ვღებულობთ:

$10t^2 + 3t - 7 \leq 0$. აღნიშნული კვადრატული უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლეა

$\left[-1; \frac{7}{10}\right]$ სეგმენტი. იმის გათვალისწინებით, რომ $t \geq 0$, მივიღებთ ორმაგ

უტოლობას: $0 \leq \sqrt{\log_2(x-1)} \leq \frac{7}{10}$. რადგან $x \geq 2$, ვღებულობთ:

$$0 \leq \sqrt{\log_2(x-1)} \leq \frac{7}{10} \Leftrightarrow 0 \leq \log_2(x-1) \leq \frac{49}{100} \Leftrightarrow 1 \leq x-1 \leq 2^{\frac{49}{100}} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 2^{\frac{49}{100}} + 1.$$

პასუხი: $\left[2; 2^{\frac{49}{100}} + 1\right]$.

ამოხსნის ეტაპები

ა) შენიშვნა, რომ $x \geq 2$;

ბ) შემოიტანა აღნიშვნა და მიიღო კვადრატული უტოლობა $10t^2 + 3t - 7 \leq 0$.

გ) ამოხსნა წინა უტოლობა t -ს მიმართ $t \in \left[-1; \frac{7}{10}\right]$;

დ) მიიღო $0 \leq \sqrt{\log_2(x-1)} \leq \frac{7}{10}$ უტოლობა;

ე) პასუხი.

შეფასების სქემა

1 ქულა: ა; ან ბ.

2 ქულა: ა,ბ; ან ბ, გ.

3 ქულა: ა, ბ, გ.

4 ქულა: ბ, გ, დ.

5 ქულა: ბ, გ, დ, ე.