

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადა მათემატიკაში

2025-26 სასწავლო წელი

II ტური X კლასი

ამოცანა 1

5 ქულა

Oxy საკოორდინატო სისტემაზე მოცემულია წრეწირი ცენტრით $(0;1)$ წერტილში და რადიუსით 1. იპოვეთ k პარამეტრის ყველა იმ მნიშვნელობათა სიმრავლე, რომელთათვისაც $y = kx^2$ განტოლებით მოცემულ პარაბოლას ამ წრეწირთან აქვს ერთზე მეტი საერთო წერტილი.

ამოცანა 2

5 ქულა

ABC სამკუთხედის ფართობი 120სმ^2 -ის ტოლია. AB , BC და AC გვერდებზე შესაბამისად აღებულია D, E და F წერტილები ისე, რომ $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$, $\frac{CF}{FA} = 3$ და DEF სამკუთხედის ფართობი 24სმ^2 -ის ტოლია. იპოვეთ $\frac{BE}{EC}$ ფარდობის მნიშვნელობა.

ამოცანა 3

5 ქულა

იპოვეთ ყველა მარტივი p რიცხვი, რომელთათვისაც რიცხვს $n = p^2 + 11$ აქვს ზუსტად ექვსი ნატურალური გამყოფი.

ამოცანა 4

5 ქულა

გამოთვალეთ $\frac{a_1^3}{1-3a_1+3a_1^2} + \frac{a_2^3}{1-3a_2+3a_2^2} + \dots + \frac{a_{2025}^3}{1-3a_{2025}+3a_{2025}^2}$ ჯამის მნიშვნელობა, სადაც

$$a_n = \frac{n}{2025}, n = 1, 2, \dots, 2025.$$

ამოცანა 5

5 ქულა

მოცემულია ABC მახვილკუთხა სამკუთხედი, რომელშიც AD არის BC გვერდზე დაშვებული სიმაღლე. AD მონაკვეთზე, როგორც დიამეტრზე, აგებულია წრეწირი, რომელიც AB გვერდს კვეთს K წერტილში, ხოლო AC გვერდს L წერტილში ($L \neq A$, $K \neq A$). დაამტკიცეთ, რომ $KLCB$ ოთხკუთხედზე შემოიხაზება წრეწირი.