

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადის მათემატიკაში

2025-26 სასწავლო წელი

II ტური X კლასი

Задача 1

5 баллов

На координатной плоскости Oxy дана окружность с центром в точке $(0;1)$ и радиусом 1. Найдите множество всех значений параметра k , при которых парабола заданная уравнением $y = kx^2$, имеет с этой окружностью более одной общей точки.

Задача 2

5 баллов

Площадь треугольника ABC равна 120 см^2 . На сторонах AB , BC и AC соответственно взяты точки D , E и F таким образом, что $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$, $\frac{CF}{FA} = 3$ и площадь треугольника DEF равна 24 см^2 . Найдите значение отношения $\frac{BE}{EC}$.

Задача 3

5 баллов

Найдите все простые числа p , для которых число $n = p^2 + 11$ имеет ровно шесть натуральных делителей.

Задача 4

5 баллов

Вычислите значение суммы $\frac{a_1^3}{1-3a_1+3a_1^2} + \frac{a_2^3}{1-3a_2+3a_2^2} + \dots + \frac{a_{2025}^3}{1-3a_{2025}+3a_{2025}^2}$,

где $a_n = \frac{n}{2025}$, $n = 1, 2, \dots, 2025$.

Задача 5

5 баллов

Дан остроугольный треугольник ABC , в котором AD является высотой, опущенной на сторону BC . На отрезке AD как на диаметре построена окружность, которая пересекает сторону AB в точке K и сторону AC в точке L ($L \neq A$, $K \neq A$). Докажите, что около четырехугольника $KLCB$ можно описать окружность.