

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადა მათემატიკაში
2025-26 სასწავლო წელი
II ტური XI-XII კლასი

Tapşırıq 1

5 bal

Lövhyə 1-dən 89-dək natural ədədlər yazılmışdır. Qiorqi bu 89 ədəddən 44-nü seçdi və topladı. Tamar qalan 45 ədəddən 44-nü seçdi və topladı. Aydın oldu ki, Qiorqinin əldə etdiyi cəm Tamarın əldə etdiyi cəmdən üç dəfə artıqdır. Qiorqi və Tamar seçdikləri ədədləri sildilər. Lövhdə hansı ədəd qaldı? (Bütün belə mümkün ədədləri tapın).

Tapşırıq 2

5 bal

Məlumdur ki, a və b mənfi olmayan həqiqi ədədlər $a + b \leq 2$ bərabərsizliyini təmin edir. İsbat edin ki, onda $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \leq \frac{2}{1+ab}$ bərabərsizliyi doğrudur.

Tapşırıq 3

5 bal

Bütün elə n müsbət tam ədədlərini tapın ki, $\sqrt{n} + \sqrt{n} + \sqrt{n} - 3$ ifadəsinin dəyəri tam ədəd olsun.

Tapşırıq 4

5 bal

ABC iti bucaqlı üçbucağının B bucağının tənböləni və bu üçbucağın C təpəsində yerləşən xarici bucağının tənböləni D nöqtəsində kəşisir. İsbat edin ki, A nöqtəsi BCD üçbucağı xaricinə çəkilmiş çevrənin bir tərəfi D nöqtəsi olan diametrində yerləşir.

Tapşırıq 5

5 bal

ABC itibucaqlı üçbucağında $\angle BAC = 60^\circ$. Bu üçbucağın hündürlüklərinin kəsişmə nöqtəsi H -dır, xaricə çəkilmiş çevrənin mərkəzi O -dur, bundan əlavə, məlumdur ki, $H \neq O$. H və O nöqtələrindən xətt çəkilmişdir ki, bu xətt də AB və AC tərəflərini müvafiq olaraq M və N nöqtələrində kəsir. İsbat edin ki, AMN üçbucağı bərabərtərəflidir.