

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადა მათემატიკაში
2025-26 სასწავლო წელი
II ტური XI-XII კლასი

ამოცანა 1

5 ქულა

დაფაზე დაწერილია 1-დან 89-ის ჩათვლით ნატურალური რიცხვები. ამ 89 რიცხვიდან გიორგიმ შეარჩია 44 რიცხვი და შეკრიბა. დარჩენილი 45 რიცხვიდან თამარმა შეარჩია 44 რიცხვი და შეკრიბა. აღმოჩნდა, რომ გიორგის მიერ მიღებული ჯამი სამჯერ მეტია თამარის მიერ მიღებულ ჯამზე. გიორგიმ და თამარმა შერჩეული რიცხვები წაშალეს. რა რიცხვი დარჩა დაფაზე დაწერილი? (იპოვეთ ყველა ასეთი შესაძლო რიცხვი).

ამოცანა 2

5 ქულა

ვთქვათ a და b არაუარყოფითი ნამდვილი რიცხვები აკმაყოფილებენ უტოლობას $a + b \leq 2$. დაამტკიცეთ, რომ მაშინ სამართლიანია უტოლობა $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \leq \frac{2}{1+ab}$.

ამოცანა 3

5 ქულა

იპოვეთ ყველა მთელი დადებითი რიცხვი n ისეთი, რომ $\sqrt{n} + \sqrt{n+1} - 3$ გამოსახულების მნიშვნელობა იყოს მთელი რიცხვი.

ამოცანა 4

5 ქულა

ABC მახვილკუთხა სამკუთხედის B კუთხის ბისექტრისა და C წვეროსთან მდებარე ამ სამკუთხედის გარე კუთხის ბისექტრისა იკვეთება D წერტილში. დაამტკიცეთ, რომ A წერტილი მდებარეობს BCD სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის იმ დიამეტრზე, რომლის ერთი ბოლო არის D წერტილი.

ამოცანა 5

5 ქულა

ABC მახვილკუთხა სამკუთხედში $\angle BAC = 60^\circ$. ამ სამკუთხედის სიმაღლეების გადაკვეთის წერტილია H , ხოლო შემოხაზული წრეწირის ცენტრია O , ამასთან ცნობილია, რომ $H \neq O$. H და O წერტილებზე გავლებულია წრფე, რომელიც AB და AC გვერდებს კვეთს შესაბამისად M და N წერტილებში. დაამტკიცეთ, რომ AMN სამკუთხედი არის ტოლგვერდა.