

ეროვნული სასწავლო ოლიმპიადის მათემატიკაში
2025-26 სასწავლო წელი
II ტური XI-XII კლასი

Задача 1

5 баллов

На доске написаны натуральные числа от 1 до 89 включительно. Из этих 89 чисел Георгий выбрал 44 числа и сложил их. Из оставшихся 45 чисел Тамара выбрала 44 числа и сложила их. Оказалось, что сумма, полученная Георгием, в три раза превышает сумму, полученную Тамарой. Георгий и Тамара удалили выбранные числа. Какое число осталось написанным на доске? (Найдите все такие возможные числа).

Задача 2

5 баллов

Пусть a и b — неотрицательные действительные числа, удовлетворяющие неравенству $a + b \leq 2$. Докажите, что справедливо неравенство $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \leq \frac{2}{1+ab}$.

Задача 3

5 баллов

Найдите все положительные целые числа n такие, чтобы значение выражения $\sqrt{n} + \sqrt{n + \sqrt{n} - 3}$ было целым числом.

Задача 4

5 баллов

Биссектриса угла B остроугольного треугольника ABC и биссектриса внешнего угла этого треугольника при вершине C пересекаются в точке D . Докажите, что точка A лежит на диаметре окружности, описанной около треугольника BCD , одним из концов которого является точка D .

Задача 5

5 баллов

В остроугольном треугольнике ABC имеем $\angle BAC = 60^\circ$. Точка пересечения высот этого треугольника H , а центр описанной окружности O . Кроме того, известно, что $H \neq O$. Через точки H и O проведена прямая, пересекающая стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Докажите, что треугольник AMN равносторонний.